



**Gonçalo da Silva Castilho**

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

## **Avaliação da Resistência à Flexão de Tubos Poligonais de Parede Fina**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil

Orientador: Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves, Professor  
Auxiliar, Faculdade de Ciências e Tecnologias  
da Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Prof. Doutor José Nuno Varandas  
Arguente: Prof. Doutor João Carlos Gomes Rocha de Almeida  
Vogal: Prof. Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Maio 2018**



“Copyright” Gonçalo da Silva Castilho, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ci4ncias e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa t4m o direito, perp4tuo e sem limites geogr4ficos, de arquivar e publicar esta dissertação atrav4s de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar atrav4s de reposit4rios cient4ficos e de admitir a sua c4pia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado cr4dito ao autor e editor.



# Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao Professor Doutor Rodrigo Gonçalves por todo o apoio prestado, pela sua total disponibilidade, dedicação e, sobretudo, pela sua competência e transmissão de conhecimentos.

Aos amigos, e colegas de curso, David Cruz, Hugo Silva, João Simões, Miguel Figueira, Nuno Gomes, Pedro Claro, Rafael Wong e Ricardo Cruz, que me acompanharam e apoiaram ao longo deste percurso, tornando-o mais fácil.

Ao grupo de amigos BMF e Zebrinhas, que me acompanham ao longo de vários anos, estando sempre presentes tanto nos momentos de maior descontração e diversão, como nos momentos mais difíceis e exigentes.

Por fim, às pessoas mais importantes, a minha família. Quero fazer um agradecimento especial aos meus pais e irmã, que sempre me apoiaram nos bons e maus momentos, possibilitando sempre o necessário para a conclusão deste percurso. Pela confiança no meu valor, suporte e incentivo constante demonstrado, mesmo quando as opções tomadas não foram as melhores. Pela educação e valores transmitidos, proporcionando-me ser a pessoa que sou, com as ferramentas necessárias para o sucesso. Aos meus avós, parte integrante da minha educação, pelo carinho e apoio incondicional. Em especial, com saudade, ao meu avô João. Em último, e não menos importante, à minha namorada Ana Raquel Palma, pelo carinho, dedicação, incentivo, apoio e incansável paciência durante todo este percurso.



# Resumo

Na presente dissertação estuda-se o efeito da distorção da secção transversal na resistência de tubos metálicos de secção transversal poligonal regular convexa de parede fina (Classe 4), sob flexão. Este efeito é semelhante ao fenómeno de ovalização que ocorre em tubos de secção circular, designado comumente de “efeito de Brazier”. Em particular, analisa-se a resistência de tubos cuja secção transversal possui seis e oito lados, comparando as cargas de colapso obtidas com (i) modelos de elementos finitos de casca, incluindo efeitos fisicamente e geometricamente não-lineares e imperfeições geométricas, e (ii) o método das larguras efetivas do Eurocódigo 3 (CEN, 2005a), desenvolvendo-se para o efeito um programa em MATLAB (The Mathworks Inc., 2017) que permite obter automaticamente as propriedades efetivas da secção e a respetiva resistência à flexão. A comparação entre os resultados obtidos com os dois métodos mostra que o efeito da distorção é relevante, mas permite concluir também que a resistência fornecida pelo método das larguras efetivas possui uma margem do lado da segurança que permite cobrir este efeito.

## **Palavras chave:**

Estruturas metálicas

Tubos com secção poligonal regular

Distorção

Efeito de Brazier

Eurocódigo 3





# Abstract

## **Evaluation of the bending resistance of thin-walled regular polygonal tubes**

This work addresses the effect of cross-section distortion in the buckling resistance of thin-walled (Class 4) steel tubes with regular polygonal cross-section. This effect is similar to the ovalization effect that occurs in circular tubes, usually designated as the “Brazier effect”. In particular, the resistance of six and eight-sided tubes is analysed by comparing the collapse loads obtained with (i) shell finite element models, including physically and geometrically non-linear effects and geometric imperfections, and (ii) the effective width method of Eurocode 3 (CEN, 2005a), implemented in a MATLAB (The Mathworks Inc., 2017) program which makes it possible to obtain, automatically, the effective cross-section properties and the corresponding bending resistance. The comparison between the results obtained with the two methods shows that the effect of distortion is relevant, but it also shows that the resistance obtained by the effective width method is conservative and thus can cover for this effect.

### **Keywords:**

Steel structures  
Regular polygonal tubes  
Distortion  
Brazier Effect  
Eurocode 3



# Índice de Matérias

Índice de Matérias	ix
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xxi
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	xxiii
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação e enquadramento do tema . . . . .	1
1.2 Considerações gerais . . . . .	7
1.2.1 Classificação das secções transversais . . . . .	7
1.2.2 Resistência à flexão . . . . .	10
1.2.3 Método da Largura Efetiva . . . . .	11
1.2.4 Imperfeições . . . . .	14
1.2.5 O efeito de Brazier . . . . .	15
1.3 Objetivos . . . . .	19
1.4 Organização da Dissertação . . . . .	19
<b>2 Propriedades efetivas de secções poligonais regulares de Classe 4</b>	<b>21</b>
2.1 Introdução . . . . .	21
2.2 Metodologia . . . . .	22
2.3 Descrição do programa em MATLAB . . . . .	28
<b>3 Resistência à flexão de tubos poligonais regulares de parede fina</b>	<b>33</b>
3.1 Introdução . . . . .	33
3.2 Modelação numérica . . . . .	33
3.2.1 Tipos de análise . . . . .	34
3.2.2 Caracterização geométrica . . . . .	34
3.2.3 Condições de fronteira . . . . .	34
3.2.4 Propriedades dos materiais . . . . .	35

## Índice de Matérias

---

3.2.5	Cargas aplicadas . . . . .	35
3.2.6	Malha de Elementos Finitos . . . . .	35
3.2.7	Imperfeições geométricas . . . . .	38
3.2.8	Carga crítica de bifurcação . . . . .	38
3.3	Resultados . . . . .	40
3.3.1	Comparação com o Eurocódigo 3 . . . . .	40
3.3.2	Comparação com os resultados da expressão analítica de Brazier . . . .	50
<b>4</b>	<b>Conclusões e desenvolvimentos futuros</b>	<b>53</b>
4.1	Conclusões . . . . .	53
4.2	Desenvolvimentos futuros . . . . .	53
	<b>Bibliografia</b>	<b>55</b>
<b>A</b>	<b>Programa em MATLAB para o cálculo das propriedades efetivas de secções poligonais regulares de Classe 4</b>	<b>59</b>
<b>B</b>	<b>Gráficos relação momento-rotação</b>	<b>67</b>
B.1	Tubos com 6 lados e 1 mm de espessura . . . . .	67
B.1.1	Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para fora” do tubo . .	67
B.1.2	Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo	70
B.1.3	Análises sem imperfeições . . . . .	73
B.2	Tubos com 6 lados e 2 mm de espessura . . . . .	76
B.2.1	Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo	76
B.2.2	Análises sem imperfeições . . . . .	79
B.3	Tubos com 6 lados e 4 mm de espessura . . . . .	82
B.3.1	Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo	82
B.3.2	Análises sem imperfeições . . . . .	85
B.4	Tubos com 6 lados e 9 mm de espessura . . . . .	88
B.4.1	Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo	88
B.4.2	Análises sem imperfeições . . . . .	91
B.5	Tubos com 8 lados e 1 mm de espessura . . . . .	94
B.5.1	Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo	94
B.5.2	Análises sem imperfeições . . . . .	97
B.6	Tubos com 8 lados e 2 mm de espessura . . . . .	100
B.6.1	Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo	100
B.6.2	Análises sem imperfeições . . . . .	103
B.7	Tubos com 8 lados e 4 mm de espessura . . . . .	106
B.7.1	Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo	106
B.7.2	Análises sem imperfeições . . . . .	109
B.8	Tubos com 8 lados e 9 mm de espessura . . . . .	112
B.8.1	Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo	112
B.8.2	Análises sem imperfeições . . . . .	115

# Índice de Figuras

1.1	Perfis poligonais para postes de iluminação pública (Jiangsu Milky Way Steel Poles Co., Ltd).	2
1.2	Pormenor da base de postes poligonais de iluminação pública (Ningbo Xinglaida Lamps Co., Ltd).	2
1.3	Soldadura por maquinaria de um perfil poligonal em aço (Officine Meccaniche Murgesi).	3
1.4	Perfis poligonais em aço de várias geometrias e diâmetros (Jiangsu Hongguang Steel Pole Co., Ltd).	3
1.5	Perfis poligonais em aço para torres de iluminação (Jiangsu Milky Way Steel Poles Co., Ltd).	4
1.6	Pormenor da base de perfis poligonais em aço para torres de iluminação (Jiangsu Milky Way Steel Poles Co., Ltd).	4
1.7	Relação entre a inércia de um tubo poligonal de $n$ lados e um tubo quadrado com a mesma área.	5
1.8	Torre de distribuição de energia (Europoles GmbH & Co. KG).	6
1.9	Torre de iluminação (Changzhou Feihuang Steel Poles Co., Ltd).	6
1.10	Torre eólica em construção (Schaumann & Keindorf Ingenieurges. mbH).	6
1.11	Perfil poligonal em aço para torre eólica (Gualini Lamiere International S.p.a).	6
1.12	Perfil poligonal em aço, por soldar, para torre eólica (Gualini Lamiere International S.p.a).	6
1.13	Pormenor da base de um perfil poligonal em aço para torre eólica (Gualini Lamiere International S.p.a).	7
1.14	Assemblagem de uma torre eólica de secção poligonal (Gualini Lamiere International S.p.a).	7
1.15	Comportamento de secções à flexão (Patrício, 2012).	8
1.16	Quadro com os limites máximos das relações largura-espessura para componentes internos comprimidos de acordo com NP EN 1993-1-1 (CEN, 2010).	9
1.17	Quadro com os limites máximos das relações largura-espessura para banzos em consola comprimidos de acordo com NP EN 1993-1-1 (CEN, 2010).	10
1.18	Conceito de largura efetiva (Trahair <i>et al.</i> , 2008).	11

1.19	Quadro com razão de tensões para elementos comprimidos interiores de acordo com NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012). . . . .	13
1.20	Quadro com razão de tensões para elementos comprimidos em consola (salientes) de acordo com NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012). . . . .	13
1.21	Secções transversais de Classe 4 - momento fletor (CEN, 2012). . . . .	14
1.22	Quadro com imperfeições geométricas equivalentes de acordo com a NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012). . . . .	15
1.23	Modelação de imperfeições geométricas equivalentes para o caso em estudo, de acordo com NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012). . . . .	15
1.24	Mecanismo do efeito de Brazier que provoca a ovalização da secção transversal de um tubo circular (Tatting <i>et al.</i> , 1997). . . . .	16
1.25	Comparação das relações momento-rotação para tubos com paredes finas e robustas (Wierzbicki e Sinmao, 1997). . . . .	16
1.26	Deformação da secção transversal (Kim <i>et al.</i> , 2016). . . . .	17
1.27	Representação e localização da ovalização progressiva de um tubo sob flexão pura (Wadee <i>et al.</i> , 2006). . . . .	18
1.28	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 2\text{ mm}$ e $L = 0,6\text{ m}$ . . . . .	18
2.1	Parâmetros geométricos de uma secção transversal poligonal regular. . . . .	22
2.2	Geometrias e numeração das paredes para várias secções transversais poligonais regulares. . . . .	23
2.3	Distribuição de tensões numa secção transversal poligonal regular com 6 lados. . . . .	24
2.4	Distribuição de tensões numa secção transversal poligonal regular com 8 lados. . . . .	24
2.5	Eixos locais do troço não considerado para efeitos de resistência. . . . .	25
2.6	Eixos principais de paredes simétricas. . . . .	26
2.7	Secção transversal efetiva. . . . .	27
3.1	Modelo numérico com as respetivas condições de fronteira, sistema de eixos e cargas aplicadas. . . . .	35
3.2	Malha de elementos finitos com dimensões de 2,5 mm de um modelo numérico referente a um tubo poligonal com 6 lados. . . . .	36
3.3	Malha de elementos finitos com dimensões de 2,5 mm de um modelo numérico referente a um tubo poligonal com 8 lados. . . . .	36
3.4	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 1\text{ mm}$ e $L = 1,8\text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões. . . . .	36
3.5	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 1\text{ mm}$ e $L = 3,0\text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões. . . . .	36
3.6	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 2\text{ mm}$ e $L = 1,8\text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões. . . . .	37
3.7	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 2\text{ mm}$ e $L = 3,0\text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões. . . . .	37
3.8	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 4\text{ mm}$ e $L = 1,8\text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões. . . . .	37
3.9	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 4\text{ mm}$ e $L = 3,0\text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões. . . . .	37
3.10	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 9\text{ mm}$ e $L = 1,8\text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões. . . . .	37

3.11	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 9\text{ mm}$ e $L = 3,0\text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões. . . . .	37
3.12	Modo de instabilidade de um tubo poligonal regular com $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 9\text{ mm}$ e $L = 1,8\text{ m}$ . . . . .	38
3.13	Modo de instabilidade de um tubo poligonal regular com $n = 8$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 1\text{ mm}$ e $L = 3,0\text{ m}$ . . . . .	38
3.14	Coefficiente de encurvadura para secções transversais poligonais regulares sob flexão (Gonçalves e Camotim, 2013a). . . . .	39
3.15	Geometria e notação para secções transversais poligonais regulares sob flexão (Gonçalves e Camotim, 2013a). . . . .	39
3.16	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 4\text{ mm}$ e $L = 2,1\text{ m}$ . . . . .	41
3.17	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 4\text{ mm}$ e $L = 2,7\text{ m}$ . . . . .	41
3.18	Deformação de um tubo poligonal regular com $n = 8$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 4\text{ mm}$ e $L = 1,8\text{ m}$ . . . . .	41
3.19	Deformação de um tubo poligonal regular com $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 4\text{ mm}$ e $L = 2,1\text{ m}$ . . . . .	41
3.20	Deformação de um tubo poligonal regular com $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 2\text{ mm}$ e $L = 6,0\text{ m}$ . . . . .	41
3.21	Gráfico fator de redução/comprimento para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ e $t = 1\text{ mm}$ . . . . .	46
3.22	Gráfico fator de redução/comprimento para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ e $t = 2\text{ mm}$ . . . . .	46
3.23	Gráfico fator de redução/comprimento para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ e $t = 4\text{ mm}$ . . . . .	47
3.24	Gráfico fator de redução/comprimento para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ e $t = 9\text{ mm}$ . . . . .	47
3.25	Gráfico fator de redução/comprimento para $n = 8$ , $b = 0,3\text{ m}$ e $t = 1\text{ mm}$ . . . . .	47
3.26	Gráfico fator de redução/comprimento para $n = 8$ , $b = 0,3\text{ m}$ e $t = 2\text{ mm}$ . . . . .	47
3.27	Gráfico fator de redução/comprimento para $n = 8$ , $b = 0,3\text{ m}$ e $t = 4\text{ mm}$ . . . . .	47
3.28	Gráfico fator de redução/comprimento para $n = 8$ , $b = 0,3\text{ m}$ e $t = 9\text{ mm}$ . . . . .	47
3.29	Gráfico fator de redução/esbelteza normalizada dos resultados registados no ADINA e calculados através do EC3 para $n = 6$ . . . . .	48
3.30	Gráfico fator de redução/esbelteza normalizada dos resultados registados no ADINA e calculados através do EC3 para $n = 8$ . . . . .	48
3.31	Representação em corte, no local do “vinco”, do modo de instabilidade para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 4\text{ mm}$ e $L = 4,2\text{ m}$ . . . . .	49
3.32	Representação em corte, no local do “vinco”, da deformação resultante da ANL para $n = 8$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 4\text{ mm}$ e $L = 4,2\text{ m}$ . . . . .	49
3.33	Representação em corte, no local do “vinco”, do modo de instabilidade para $n = 8$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 4\text{ mm}$ e $L = 4,2\text{ m}$ . . . . .	49
3.34	Representação em corte, no local do “vinco”, da deformação resultante da ANL para $n = 8$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 4\text{ mm}$ e $L = 4,2\text{ m}$ . . . . .	49
B.1	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 1\text{ mm}$ e $L = 0,3\text{ m}$ . . . . .	67
B.2	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 1\text{ mm}$ e $L = 0,6\text{ m}$ . . . . .	67
B.3	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 1\text{ mm}$ e $L = 0,9\text{ m}$ . . . . .	67
B.4	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 1\text{ mm}$ e $L = 1,2\text{ m}$ . . . . .	67
B.5	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 1\text{ mm}$ e $L = 1,5\text{ m}$ . . . . .	68
B.6	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 1\text{ mm}$ e $L = 1,8\text{ m}$ . . . . .	68
B.7	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 1\text{ mm}$ e $L = 2,1\text{ m}$ . . . . .	68
B.8	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 1\text{ mm}$ e $L = 2,4\text{ m}$ . . . . .	68
B.9	Relação momento-rotação para $n = 6$ , $b = 0,3\text{ m}$ , $t = 1\text{ mm}$ e $L = 2,7\text{ m}$ . . . . .	68









[illegible]

---

xviii





# Índice de Tabelas

2.1	Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3, para tubos de secção transversal poligonal regular com 6 lados, de aço S235 e $r = 0,3 m$ . . . . .	28
2.2	Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3, para tubos de secção transversal poligonal regular com 8 lados, de aço S235 e $r = 0,3 m$ . . . . .	28
3.1	Valores de momento crítico, para secções transversais com $n = 6$ , obtidos analiticamente e numericamente. . . . .	40
3.2	Valores de momento crítico, para secções transversais com $n = 8$ , obtidos analiticamente e numericamente. . . . .	40
3.3	Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com $n = 6$ e $t = 1 mm$ . . . . .	43
3.4	Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com $n = 6$ e $t = 2 mm$ . . . . .	43
3.5	Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com $n = 6$ e $t = 4 mm$ . . . . .	43
3.6	Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com $n = 6$ e $t = 9 mm$ . . . . .	44
3.7	Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com $n = 8$ e $t = 1 mm$ . . . . .	44
3.8	Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com $n = 8$ e $t = 2 mm$ . . . . .	44
3.9	Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com $n = 8$ e $t = 4 mm$ . . . . .	45

3.10	Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com $n = 8$ e $t = 9 \text{ mm}$ . . . . .	45
3.11	Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3, para secções transversais com $n = 6$ , e obtidos através da expressão de Brazier. . . . .	50
3.12	Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3, para secções transversais com $n = 8$ , e obtidos através da expressão de Brazier. . . . .	50



# Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

## Abreviaturas

EC3 Eurocódigo 3

MEF Método dos Elementos Finitos

MLE Método da Largura Efetiva

LN Linha Neutra

ALE Análise linear de estabilidade

ANL Análise geometricamente não-linear

## Siglas

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

UNL Universidade Nova de Lisboa

## Índices

$( )_{cr}$  valor crítico de bifurcação

$( )_{Ed}$  valor atuante de cálculo

$( )_{pl}$  valor plástico

$( )_{el}$  valor elástico

$( )_{eff}$  valor efetivo

$( )_{Rd}$  valor resistente de cálculo

$( )_{min}$  valor mínimo

$( )_{com}$  relativo a compressão

$( )_x$  relativo ao eixo  $x$

$( )_y$  relativo ao eixo  $y$

$( )_z$  relativo ao eixo  $z$

## Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

---

### Letras Latinas Maiúsculas

- $A$  área  
 $E$  módulo de elasticidade  
 $I$  momento de inércia  
 $L$  comprimento  
 $M$  momento fletor  
 $W$  módulo de flexão  
 $G$  centro de gravidade  
 $S$  momento estático

### Letras Latinas Minúsculas

- $b$  largura  
 $t$  espessura  
 $h$  altura  
 $d$  distância  
 $n$  número de paredes  
 $f_y$  tensão de cedência  
 $k_\sigma$  fator de encurvadura de uma placa  
 $r$  raio  
 $y_G$  posição do centro de gravidade relativamente ao eixo  $y$

### Letras Gregas

- $\varepsilon$  parâmetro relativo à tensão de cedência  
 $\gamma_{M_0}$  coeficiente parcial de segurança para a resistência de secções transversais de qualquer classe  
 $\rho$  coeficiente de redução para a encurvadura de placa  
 $\bar{\lambda}_p$  esbelteza normalizada  
 $\bar{\lambda}_{p,red}$  esbelteza normalizada reduzida  
 $\psi$  relação entre tensões  
 $\sigma$  tensão normal  
 $\nu$  coeficiente de Poisson

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação e enquadramento do tema

Arqueologistas estimam que o ferro, principal componente do aço, é utilizado pela humanidade há mais de 5000 anos (Rehren *et al.*, 2013). Num estudo publicado em 2013 no *Journal of Archeological Science* (Rehren *et al.*, 2013), investigadores examinaram antigos colares Egípcios em ferro que datavam aproximadamente de 3200 a.C. e descobriram que os mesmos eram feitos de ferro proveniente de meteoros.

O ferro começou a ser extraído e utilizado para a produção de ornamentos, e, mais tarde, de ferramentas básicas, na região da Ásia Menor (Walker, 2012). Entre 1600 e 1200 a.C., com a descoberta da fundição, observou-se um aumento no uso do ferro na zona do Médio Oriente, onde a partir do século XII a.C. começou a substituir o bronze na produção de armas e ferramentas, dando origem à Idade do Ferro. Desde então o ferro acompanhou a evolução da humanidade até aos dias de hoje.

A utilização do ferro como elemento estrutural remonta ao século XIX (Dowling e Burgan, 1997). Devido à revolução industrial e ao desenvolvimento da indústria metalúrgica, iniciou-se a utilização de estruturas em ferro em edifícios industriais, estações de transporte ferroviário e pontes de maiores vãos. A primeira grande obra metálica foi a ponte de Coalbrookdale, ou ponte de Ferro (“Iron Bridge”), construída em 1779 sob o rio Severn em Shropshire, Inglaterra. Esta ponte foi classificada, pela UNESCO em 1986, como património da Humanidade.

O maior exemplo das grandes obras emblemáticas resultantes da revolução industrial é a Torre Eiffel (1889), localizada em Paris, França. Projetada pelo engenheiro francês Gustave Eiffel, constitui uma das mais famosas construções metálicas de todos os tempos. Em Portugal, existe o exemplo da ponte ferroviária D. Maria Pia (1877) no Porto, projetada por François Seyrig e Gustave Eiffel.

Ainda durante o século XIX é introduzido na indústria da construção o aço, uma liga metálica constituída por ferro e carbono (até 2%). Em meados do século XIX, devido a novos processos industriais, o aço tornou-se economicamente mais competitivo que o ferro (Segui, 2007). A produção barata e abundante do aço conduziu a um intenso desenvolvimento da indústria metalúrgica e de todos os sectores envolventes, nomeadamente a construção civil (Carnegie, 1902).

## Capítulo 1. Introdução

---

Nos dias de hoje presencia-se uma utilização considerável do aço no sector da construção devido a fatores como (Dowling, 1990; Dowling e Burgan, 1997):

- melhorias tecnológicas na cadeia de produção;
- tempo reduzido de fabrico e montagem devido à pré-fabricação de peças;
- sustentabilidade da construção, podendo todos os elementos ser reciclados após o seu tempo de vida útil;
- vantagens em termos de rapidez de construção e adaptabilidade de soluções.



Figura 1.1: Perfis poligonais para postes de iluminação pública (Jiangsu Milky Way Steel Poles Co., Ltd).

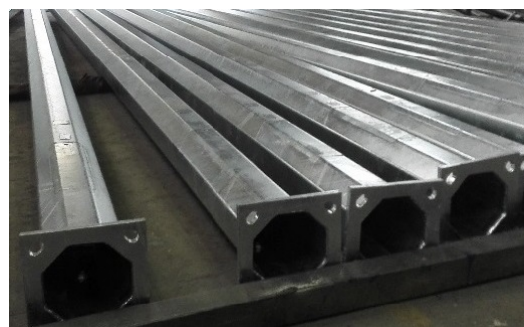


Figura 1.2: Pormenor da base de postes poligonais de iluminação pública (Ningbo Xinglaida Lamps Co., Ltd).

Os elementos em aço mais utilizados habitualmente na construção são obtidos através de laminagem a quente ou por soldadura de chapas (Yu, 2000 ). A laminagem a quente é um processo que se caracteriza pelo aquecimento do material até temperaturas elevadas, seguido da imposição de deformação plástica através de passagens por rolos. As formas possíveis da secção transversal são necessariamente limitadas, mas a gama disponível é bastante vasta. Estes tipos de perfis têm a particularidade de poderem possuir grandes dimensões com espessuras reduzidas, conferindo-lhes um elevado momento de inércia (Rondal et al., 1992). Os elementos em aço obtidos através de soldadura de chapas caracterizam-se por serem constituídos por chapas em aço ligadas entre si por cordões de soldadura.

No entanto, os elementos de aço também podem ser obtidos por enformagem a frio. Este método é bastante eficiente no que concerne ao fabrico de perfis em aço de parede muito fina (Yu, 2000). Permite obter perfis mais leves e mais esbeltos. A espessura das chapas metálicas utilizadas para o fabrico destes perfis varia geralmente entre 0,4 e 6,5 mm, para possibilitar a sua dobragem. A construção com este tipo de perfis é comumente designada por “construção em aço leve” (do inglês *light steel framing*).

A constatação da vantagem económica decorrente da rapidez inerente à construção de estruturas em “aço leve” conduziu à necessidade de criação de especificações regulamentares para o seu dimensionamento. Nas décadas de 40 e 50 do século XX, o American Iron and Steel Institute (AISI) desenvolveu um conjunto de especificações relativas ao dimensionamento de estruturas em aço enformado a frio, levando a uma maior aceitação deste tipo de estruturas na construção e a um substancial acréscimo da sua utilização (Yu, 2000; Allen, 2006; SMDI, 2010).

## 1.1. Motivação e enquadramento do tema

Atualmente, em países como os Estados Unidos da América, o Canadá ou o México, a utilização destes elementos de aço na construção é bastante comum e muito competitiva em termos económicos (Yu, 2000).

Na Europa, a documentação relativa ao dimensionamento de aço enformado a frio surgiu mais tarde. Só a partir de 1975, através da European Convention for Constructional Steelwork, começou a ser divulgada documentação alusiva ao dimensionamento e fabricação de chapas de aço enformado a frio para a construção.

Mais recentemente, em 2005, surgiu o Eurocódigo 3 (CEN, 2005a), agregando um conjunto de normas europeias que regulamentam o dimensionamento de estruturas em aço, incluindo os perfis enformados a frio (Yu, 1999).

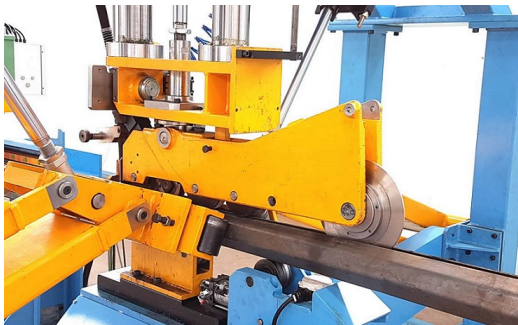


Figura 1.3: Soldadura por maquinaria de um perfil poligonal em aço (Officine Meccaniche Murgesi).



Figura 1.4: Perfis poligonais em aço de várias geometrias e diâmetros (Jiangsu Hongguang Steel Pole Co., Ltd).

O recurso a elementos metálicos de parede fina só ocorreu com regularidade após a primeira metade do século XX (Silvestre e Camotim, 2002), uma vez que, durante a segunda guerra mundial, o uso de ferro para fins civis foi proibido, impedindo o desenvolvimento das construções metálicas. Com o pós-guerra, verificou-se uma evolução destas construções devido à expansão da respetiva indústria (Allen, 2006).

Nas últimas décadas tem-se verificado uma tendência em utilizar elementos cada vez mais esbeltos. Esta tendência é suportada pelo grande desenvolvimento das tecnologias na área do fabrico. O desenvolvimento e robotização dos processos de corte, furação e soldadura de chapas e perfis permitiram a redução do tempo de fabrico, o aumento da qualidade e a redução do custo final. A evolução dos métodos de dimensionamento, das normas regulamentares e das ferramentas computacionais disponíveis tornaram também esta solução construtiva cada vez mais competitiva economicamente (Davies, 2000).

A utilização de perfis metálicos de parede fina no sector da construção deve-se, principalmente, às vantagens que estes apresentam (Yu, 2000):

- leveza;
- alta eficiência estrutural, devido à sua elevada relação resistência-peso;
- versatilidade na produção, permitindo a produção de elementos com geometrias menos convencionais e com maior precisão nos detalhes;
- homogeneidade do material;
- facilidade de pré-fabricação e produção em massa;

## Capítulo 1. Introdução

---

- rapidez e facilidade de instalação;
- redução substancial dos atrasos em obra devidos a más condições atmosféricas;
- dispensa de contraventamento;
- material incombustível;
- material reciclável.

No entanto, estes perfis exibem algumas desvantagens, como a resistência ao fogo, que é quase inexistente, e a propensão à corrosão. Ambos os fatores podem ser mitigados com a utilização de tintas específicas para o efeito, que contudo não constituem soluções que resolvam por definitivo o problema.

Os perfis metálicos de parede fina contemplam uma grande panóplia de geometrias, nomeadamente os perfis metálicos tubulares. Tem-se verificado um aumento do uso de secções tubulares, em particular de secções retangulares, quadradas e circulares, devido ao seu aspeto estético apelativo. É possível afirmar que as estruturas tubulares encontram-se bastante presentes na arquitetura moderna (e.g., Estádio da Luz e Gare do Oriente, em Lisboa, Portugal; Cidade das Artes e das Ciências, em Valência, Espanha).

É um facto que o custo dos perfis de secção tubular tem diminuído devido ao avanço tecnológico; porém, o custo por tonelada ainda é superior ao dos perfis metálicos de secção “aberta” (e.g., perfil metálico com secção transversal em “T” ou “C”) (Wilkinson, 1999).

Os perfis metálicos de secção “aberta”, sendo suscetíveis à encurvadura lateral, tornam os perfis de secção tubular uma boa alternativa devido à sua elevada rigidez de torção. Contudo, ao aumentar a largura das paredes da secção transversal, visando aumentar a resistência à flexão, surge a tendência das suas paredes sofrerem fenómenos de encurvadura. Estes fenómenos conduzem a uma redução da sua resistência.



Figura 1.5: Perfis poligonais em aço para torres de iluminação (Jiangsu Milky Way Steel Poles Co., Ltd).



Figura 1.6: Pormenor da base de perfis poligonais em aço para torres de iluminação (Jiangsu Milky Way Steel Poles Co., Ltd).

O uso de perfis metálicos tubulares numa ampla variedade de estruturas levou à necessidade de se conseguirem secções com maior resistência à flexão. Esta necessidade motivou o estudo e utilização de perfis com secção transversal poligonal, cuja inércia é superior à de uma secção quadrada com a mesma área, e pode ser produzida por simples dobragem de chapas.

A relação entre a inércia de um tubo poligonal de  $n$  lados e um tubo quadrado com a mesma área é dada por (Gonçalves e Camotim, 2013c):

$$\frac{I_{n \text{ lados}}}{I_{\text{quadrado}}} = \frac{\frac{r^2 b n t}{6} \left( 2 + \cos \left( \frac{2\pi}{n} \right) \right)}{\frac{r^2 b 4 t}{6} \left( 2 + \cos \left( \frac{2\pi}{4} \right) \right)} = \frac{2 + \cos \left( \frac{2\pi}{n} \right)}{2} = 1 + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{2\pi}{n} \right), \quad (1.1)$$

onde os parâmetros apresentados representam:

- $I_{n \text{ lados}}$ , inércia de um tubo poligonal de  $n$  lados;
- $I_{\text{quadrado}}$ , inércia de um tubo quadrado;
- $r$ , raio da circunferência circunscrita;
- $b$ , largura das paredes;
- $n$ , número de paredes;
- $t$ , espessura das paredes.

A Figura 1.7 representa o gráfico desta função, mostrando que a inércia aumenta com o número de paredes ( $n > 4$ ).

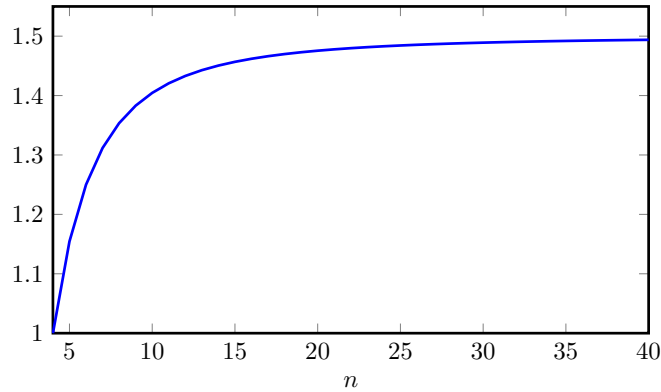


Figura 1.7: Relação entre a inércia de um tubo poligonal de  $n$  lados e um tubo quadrado com a mesma área.

Na indústria da construção, e noutros sectores da engenharia, este tipo de perfis tem sido cada vez mais usado devido à sua eficiência estrutural e estética (Kabanda e MacDougall., 2017).

As secções transversais destes perfis são de fácil fabrico, uma vez que apenas requerem um determinado número de dobras em placas. Os cantos destas secções transversais mantêm um raio mínimo de  $3t$ , onde  $t$  é a espessura da parede (Kabanda e MacDougall, 2016).



## Capítulo 1. Introdução

---

Os perfis metálicos tubulares de secção transversal poligonal representam uma alternativa económica relativamente aos de secção circular para utilização em estruturas com as mais diversas finalidades, tais como:

- torres de suporte de linhas de distribuição de energia;
- torres de telecomunicação ou meteorológicas;
- torres e postes de iluminação (e.g., espaços públicos e complexos desportivos);
- torres eólicas;
- postes para sinais de trânsito.



Figura 1.8: Torre de distribuição de energia (Europoles GmbH & Co. KG).



Figura 1.9: Torre de iluminação (Changzhou Feihuang em construção (Schaumann & Steel Poles Co., Ltd).



Figura 1.10: Torre eólica nação (Changzhou Feihuang em construção (Schaumann & Steel Poles Co., Ltd). Keindorf Ingenieures. mbH).



Figura 1.11: Perfil poligonal em aço para torre eólica (Gualini Lamiere International S.p.a).



Figura 1.12: Perfil poligonal em aço, por soldar, para torre eólica (Gualini Lamiere International S.p.a).

Estas secções permitem concretizar elementos mais compactos, de forma a evitar a ocupação de terreno excessiva, alcançando uma boa aparência estética (Bräutigam, 2017).

Apesar de os perfis metálicos tubulares de secção transversal poligonal constituírem uma boa alternativa aos de secção circular, a sua elevada esbelteza suscita determinados problemas. Em particular, este tipo de perfis apresenta uma elevada suscetibilidade a fenómenos



de instabilidade e distorção (Gonçalves e Camotim, 2013a; Gonçalves e Camotim, 2013b; Gonçalves e Camotim, 2013c; Gonçalves e Camotim, 2014).



Figura 1.13: Pormenor da base de um perfil poligonal em aço para torre eólica (Gualini Lamiere International S.p.a).



Figura 1.14: Assemblagem de uma torre eólica de secção poligonal (Gualini Lamiere International S.p.a).

## 1.2 Considerações gerais

Em Portugal, o dimensionamento de estruturas é realizado de acordo com o conjunto de normas europeias que constituem os Eurocódigos. Para o caso das estruturas metálicas, o dimensionamento é regulamentado pelas normas presentes no Eurocódigo 3 (Projeto de estruturas de aço) (CEN, 2005a).

Neste trabalho, que trata a resistência à encurvadura de tubos metálicos com secção poligonal regular sujeitos à flexão pura, considera-se que o dimensionamento é regido pelas normas EN 1993-1-1 (Regras gerais e regras para edifícios) (CEN, 2005b) e EN 1993-1-5 (Elementos estruturais constituídos por placas) (CEN, 2006), contidas no Eurocódigo 3 (CEN, 2005a). As normas NP EN 1993-1-1 (CEN, 2010) e NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012) representam a versão portuguesa destas últimas normas referidas, respetivamente. De seguida são descritos alguns conceitos e regras relevantes para o dimensionamento destes elementos à flexão.

### 1.2.1 Classificação das secções transversais

De acordo com a norma NP EN 1993-1-1 (CEN, 2010), as secções transversais são classificadas com o objetivo de identificar em que medida a sua resistência e a sua capacidade de rotação são limitadas pela ocorrência de encurvadura local. Por outras palavras, a classificação de uma secção transversal é feita em função da sua suscetibilidade em sofrer fenómenos de instabilidade local quando sujeita a flexão ou compressão.

As secções transversais são classificadas dependendo da esbelteza (relação entre a largura e a espessura) dos seus componentes comprimidos. Os componentes comprimidos incluem todas as partes de uma secção transversal que se encontrem total ou parcialmente comprimidas sob o carregamento considerado.

São definidas quatro classes de secções transversais, da seguinte forma:

- As secções transversais de Classe 1 são aquelas em que se pode formar uma rótula plástica, com a capacidade de rotação necessária para uma análise plástica, sem redução da sua resistência;
- As secções transversais de Classe 2 são aquelas em que a secção pode atingir o momento resistente plástico, mas cuja capacidade de rotação é limitada pela encurvadura local;
- As secções transversais de Classe 3 são aquelas em que a tensão na fibra extrema comprimida, calculada com base numa distribuição elástica de tensões, pode atingir o valor da tensão de cedência, mas em que a encurvadura local pode impedir que o momento resistente plástico seja atingido;
- As secções transversais de Classe 4 são aquelas em que ocorre a encurvadura local antes de se atingir a tensão de cedência numa ou mais partes da secção transversal da secção transversal.

É assumida uma distribuição plástica de tensões para as secções transversais de Classe 1 e 2, enquanto que para as de Classe 3 e 4 a distribuição de tensões considera-se elástica. Na Figura 1.15 é possível observar a mobilização da resistência elástica e plástica de uma secção transversal, sujeita a flexão, de acordo com a classificação das mesmas presente na norma NP EN 1993-1-1 (CEN, 2010). Nesta figura é representada a relação entre o momento fletor aplicado e a rotação da secção transversal, onde  $M_{el}$  representa o momento fletor resistente elástico e  $M_{pl}$  corresponde ao momento fletor resistente plástico.

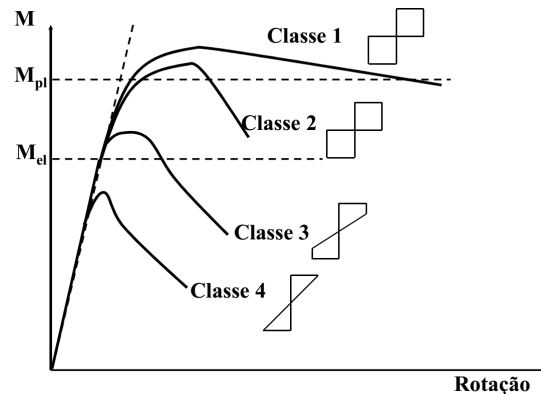


Figura 1.15: Comportamento de secções à flexão (Patrício, 2012).

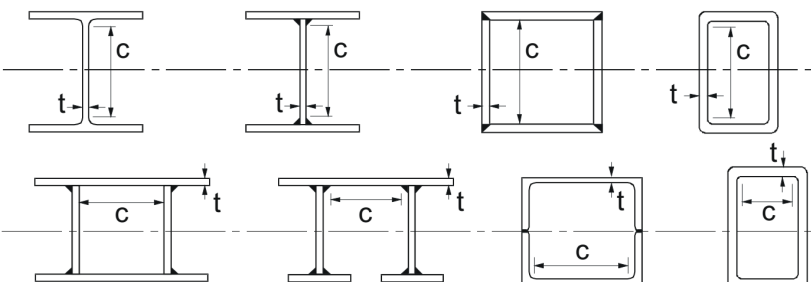
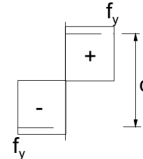
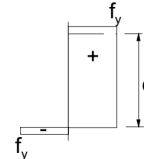
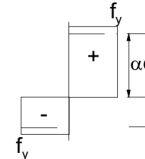
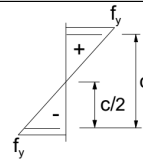
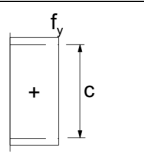
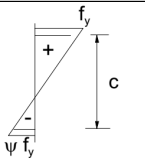
Uma secção transversal é classificada de acordo com a classe mais elevada (menos favorável) dos seus componentes comprimidos; no entanto, secções transversais com uma alma de Classe 3 e banzos de Classe 1 ou 2 poderão ser classificadas como sendo de Classe 2 desde que seja adotada uma alma efetiva.

Os valores limites de esbelteza dos componentes comprimidos das Classes 1, 2 e 3 estão representados nas Figuras 1.16 e 1.17. É importante referir que um componente que não satisfaça os limites de Classe 3 deverá ser considerado como sendo de Classe 4.

A norma NP EN 1993-1-1 (CEN, 2010) sugere que se adotem larguras efetivas nos casos de secções transversais de Classe 4, de forma a ter em consideração as reduções de resistência devidas aos efeitos da encurvadura local.

## 1.2. Considerações gerais

As paredes de perfis tubulares de secção poligonal regular são consideradas como componentes internos, logo são classificadas de acordo com o quadro apresentado na Figura 1.16. Devido a estas secções transversais serem regulares, onde a largura e espessura de todas as paredes são iguais e constantes ao longo do comprimento do perfil, é apenas necessário efetuar os cálculos para uma única parede no caso da compressão uniforme. Para o caso da flexão, os cálculos são significativamente mais complexos porque a distribuição de tensões é diferente em cada parede (muito embora possa existir simetria).

Componentes internos comprimidos						
				Eixo de flexão		
				Eixo de flexão		
Classe	Componente solicitada à flexão	Componente solicitada à compressão	Componente solicitada à flexão e à compressão			
Distribuição das tensões nos componentes (compressão positiva)						
1	$c/t \leq 72\varepsilon$	$c/t \leq 33\varepsilon$	quando $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ quando $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\varepsilon$	$c/t \leq 38\varepsilon$	quando $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ quando $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{41,5\varepsilon}{\alpha}$			
Distribuição das tensões nos componentes (compressão positiva)						
3	$c/t \leq 124\varepsilon$	$c/t \leq 42\varepsilon$	quando $\psi > -1$ : $c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ quando $\psi \leq -1^{\circ}$ : $c/t \leq 62\varepsilon (1 - \psi)\sqrt{(-\psi)}$			
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$	235	275	355	420	460
	$\varepsilon$	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

\*)  $\psi \leq -1$  aplica-se quando a tensão de compressão  $\sigma \leq f_y$  ou quando a extensão de tracção  $\epsilon_y > f_y/E$

Figura 1.16: Quadro com os limites máximos das relações largura-espessura para componentes internos comprimidos de acordo com NP EN 1993-1-1 (CEN, 2010).

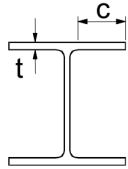
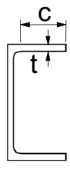
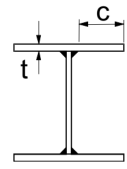
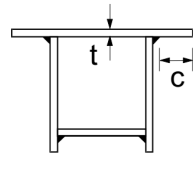
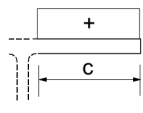
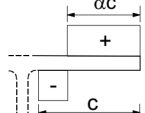
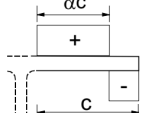
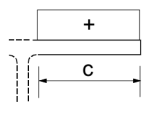
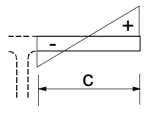
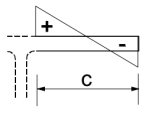
Banzos em consola							
							
Secções laminadas				Secções soldadas			
Classe	Componente solicitado à compressão	Componente solicitado à flexão e à compressão					
		Extremidade comprimida		Extremidade traccionada			
Distribuição das tensões nos componentes (compressão positiva)							
1	$c/t \leq 9\epsilon$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha}$		$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$			
2	$c/t \leq 10\epsilon$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha}$		$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$			
Distribuição das tensões nos componentes (compressão positiva)							
3	$c/t \leq 14\epsilon$	$c/t \leq 21\epsilon\sqrt{k_\sigma}$ Para $k_\sigma$ ver EN 1993-1-5					
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$	235	275	355	420	460	
	$\epsilon$	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71	

Figura 1.17: Quadro com os limites máximos das relações largura-espessura para banzos em consola comprimidos de acordo com NP EN 1993-1-1 (CEN, 2010).

### 1.2.2 Resistência à flexão

Segundo a norma NP EN 1993-1-1 (CEN, 2010), para que uma viga em aço verifique a resistência à flexão, é necessário garantir que o valor de cálculo do momento fletor atuante  $M_{Ed}$  seja inferior ao valor de cálculo momento fletor resistente  $M_{Rd}$ , o que significa que a seguinte condição tem de ser verificada:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \leq 1,0. \quad (1.2)$$

Por sua vez, o valor de cálculo do momento fletor resistente de uma secção transversal em relação a um dos seus eixos principais é determinado da seguinte forma:

$$M_{Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M_0}} \quad \text{para secções transversais de Classe 1 ou 2,} \quad (1.3)$$

$$M_{Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el,min} f_y}{\gamma_{M_0}} \quad \text{para secções transversais de Classe 3,} \quad (1.4)$$

$$M_{Rd} = \frac{W_{eff,min} f_y}{\gamma_{M_0}} \quad \text{para secções transversais de Classe 4,} \quad (1.5)$$

onde  $W_{pl}$  representa o módulo de flexão plástico,  $W_{el,min}$  o módulo de flexão elástico,  $W_{eff,min}$  o módulo de flexão efetivo, sendo os dois últimos referentes à fibra da secção onde a tensão elástica é mais elevada,  $\gamma_{M_0}$  o coeficiente parcial de segurança para a resistência de secções transversais de qualquer classe e  $f_y$  a tensão de cedência do aço. O módulo de flexão efetivo refere-se à secção efetiva, sendo esta calculada com base nas áreas efetivas dos respetivos elementos de placa comprimidos, cuja determinação será abordada no subcapítulo 1.2.3.

### 1.2.3 Método da Largura Efetiva

A procura por uma otimização do comportamento de secções tubulares conduz inevitavelmente a perfis de reduzida espessura, altamente suscetíveis a fenómenos de encurvadura local. No entanto, para uma determinada gama de esbeltezas, a tensão crítica de bifurcação elástica pode ser ultrapassada sem que o colapso seja atingido. Este fenómeno é denominado por “resistência de pós-encurvadura” e pode ser significativo no caso de placas ou paredes de uma secção transversal. Verifica-se assim que existe uma determinada largura das paredes, localizada junto dos bordos “interiores” da secção, que mantém a capacidade de transmitir acréscimos de tensão. Este efeito pode ser tido em conta reduzindo a área da parede na zona onde se registam os maiores deslocamentos transversais (a zona onde ocorre a encurvadura).

Assim, em 1932 através de um trabalho pioneiro realizado por Theodore von Kármán, é introduzido o conceito de largura efetiva (von Kármán, 1932). Nesta abordagem, é assumido que todo o carregamento é suportado por uma largura efetiva fictícia,  $b_{eff}$ , que pode ser solicitada até que a tensão máxima atinja  $f_y$  (ver Figura 1.18). A largura efetiva é definida de maneira a que a área delimitada pela curva da verdadeira distribuição de tensões seja equivalente ao somatório das duas partes de área retangular, de largura  $b_{eff}/2$ , como mostra a Figura 1.18 (Yu, 2000).

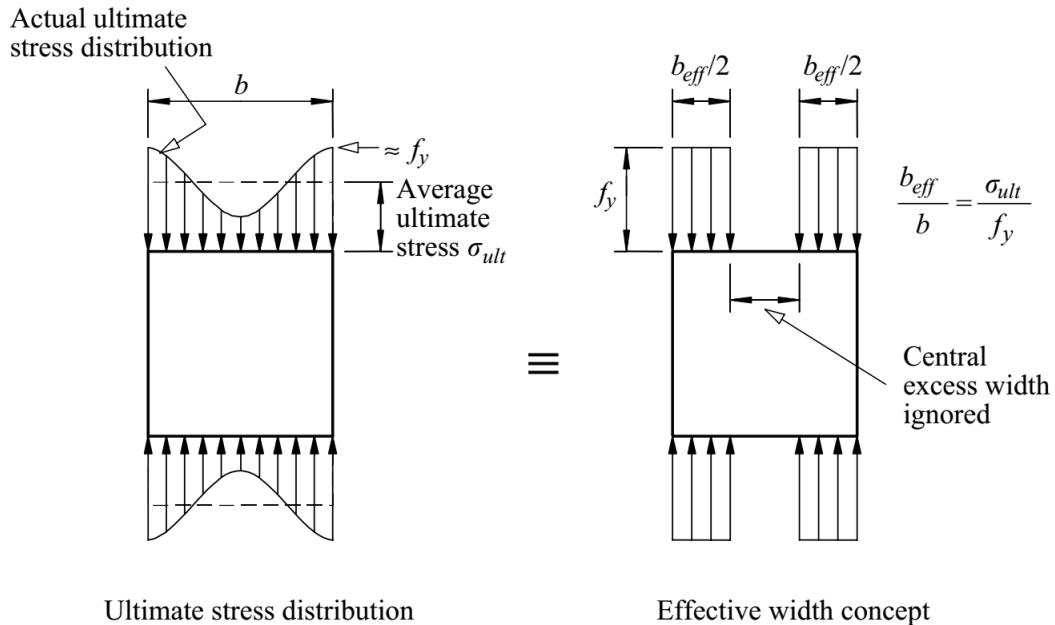


Figura 1.18: Conceito de largura efetiva (Trahair *et al.*, 2008).

O Método da Largura Efetiva (MLE) é preconizado na norma NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012) para o cálculo da resistência de secções transversais de Classe 4, seguindo a metodologia

## Capítulo 1. Introdução

---

que se descreve de seguida.

A área efetiva,  $A_{eff}$ , da zona comprimida de um elemento de placa, com área  $A$ , é obtida a partir de:

$$A_{eff} = \rho A, \quad (1.6)$$

onde  $\rho$  é o coeficiente de redução para a encurvadura, que por sua vez pode ser calculado do seguinte modo:

- Elementos comprimidos internos:

$$\rho = 1,0 \text{ para } \bar{\lambda}_p \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi}, \quad (1.7)$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \text{ para } \bar{\lambda}_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi}. \quad (1.8)$$

- Elementos comprimidos em consola:

$$\rho = 1,0 \text{ para } \bar{\lambda}_p \leq 0,748, \quad (1.9)$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \text{ para } \bar{\lambda}_p > 0,748, \quad (1.10)$$

onde os parâmetros apresentados representam o seguinte:

- $\bar{\lambda}_p$ , esbelteza normalizada, a qual pode ser obtida por

$$\bar{\lambda}_p = \frac{b/t}{28,4\epsilon\sqrt{k_\sigma}}; \quad (1.11)$$

- $\psi$ , razão de tensões, determinada de acordo com as Figuras 1.19 e 1.20;
- $b$ , largura do elemento de placa;
- $k_\sigma$ , coeficiente de encurvadura correspondente à razão de tensões  $\psi$  e às condições de fronteira. Para chapas longas,  $k_\sigma$  calcula-se através da Figura 1.19 ou da Figura 1.20, conforme o caso;
- $t$ , espessura do elemento de placa;
- $\epsilon$ , fator dado por

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y [N/mm^2]}}, \quad (1.12)$$

onde  $f_y$  representa a tensão de cedência do aço.

Caso a tensão de compressão no elemento placa em questão seja inferior a  $f_y/\gamma_{M_0}$ , a esbelteza poderá ser reduzida, da seguinte forma:

$$\bar{\lambda}_{p,red} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\frac{\sigma_{com,Ed}}{f_y/\gamma_{M_0}}}, \quad (1.13)$$

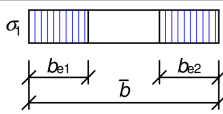
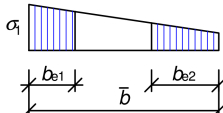
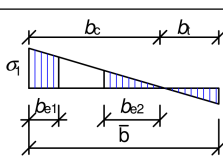
Distribuição das tensões (compressão positiva)				largura efectiva $b_{eff}$		
				$\psi = 1$ : $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,5 b_{eff}$		
				$1 > \psi \geq 0$ : $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5-\psi} b_{eff} \quad b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$		
				$\psi < 0$ : $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1-\psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,6 b_{eff}$		
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
factor encurv. $k_\sigma$	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

Figura 1.19: Quadro com razão de tensões para elementos comprimidos interiores de acordo com NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012).

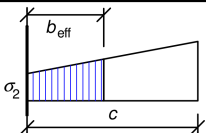
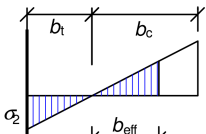
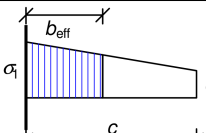
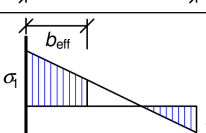
Distribuição das tensões (compressão positiva)		largura efectiva $b_{\text{eff}}$				
		$1 > \psi \geq 0$ :  $b_{\text{eff}} = \rho \ c$				
		$\psi < 0$ :  $b_{\text{eff}} = \rho \ b_c = \rho \ c / (1-\psi)$				
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	0	-1	$1 \geq \psi \geq -3$		
factor encurv. $k_{\sigma}$	0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$		
		$1 > \psi \geq 0$ :  $b_{\text{eff}} = \rho \ c$				
		$\psi < 0$ :  $b_{\text{eff}} = \rho \ b_c = \rho \ c / (1-\psi)$				
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$		0	$0 > \psi > -1$	-1
factor encurv. $k_{\sigma}$	0,43	$0,578 / (\psi + 0,34)$		1,70	$1,7 - 5\psi + 17,1\psi^2$	23,8

Figura 1.20: Quadro com razão de tensões para elementos comprimidos em consola (salientes) de acordo com NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012).

onde  $\sigma_{com,Ed}$  representa o valor de cálculo da tensão de compressão máxima no elemento, determinado com base na área efetiva da secção correspondente a atuação das ações consideradas.

Este procedimento requer um cálculo iterativo no qual a razão de tensões  $\psi$  é determinada, em cada iteração, a partir das tensões calculadas na secção transversal efetiva obtida no final da iteração anterior.

Quando uma secção está sob o efeito de flexão (e.g., ver Figura 1.21) o processo resulta numa alteração da posição do centro de gravidade, o que deve ser tido em conta nas verificações de segurança (Rondal et al., 1992).

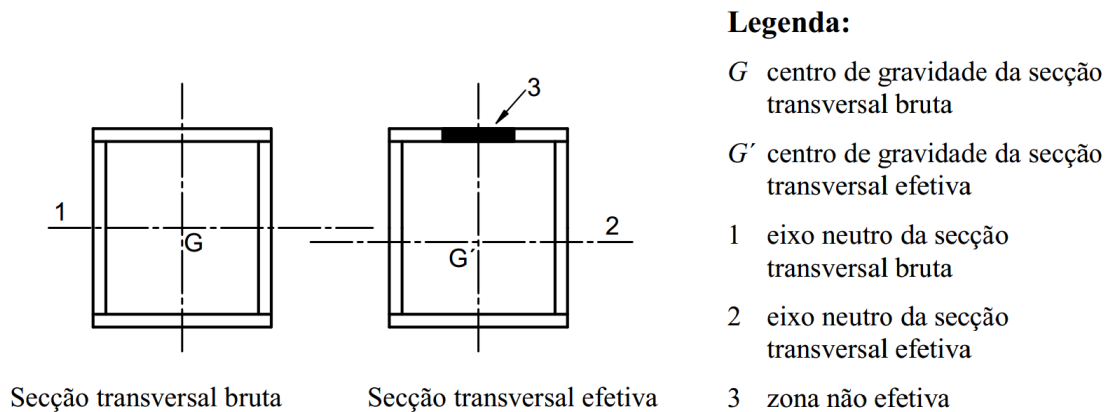


Figura 1.21: Secções transversais de Classe 4 - momento fletor (CEN, 2012).

### 1.2.4 Imperfeições

A existência de imperfeições numa estrutura é inevitável, não sendo exceção o caso das estruturas metálicas. Habitualmente, os perfis metálicos contêm imperfeições geométricas e tensões residuais devido ao processo de fabrico (Hancock *et al.*, 2001). Estas inevitáveis imperfeições influenciam o comportamento dos elementos, nomeadamente à encurvadura, reduzindo a sua resistência e devendo por isso serem consideradas no dimensionamento.

As imperfeições podem ser de dois tipos: geométricas e materiais. As imperfeições geométricas são relativas à falta de verticalidade, de retilinearidade e de planura em elementos dos perfis metálicos. Traduzem também a variabilidade das dimensões das secções transversais (e.g., largura e espessura das paredes). As imperfeições materiais são referentes à variabilidade das propriedades mecânicas do material (e.g. módulo de elasticidade e tensão de cedência) e à presença de tensões residuais.

Para efeitos de dimensionamento de estruturas metálicas, a norma NP EN 1993-1-1 (CEN, 2010) estabelece que sejam consideradas as seguintes imperfeições geométricas:

- Imperfeições globais em pórticos e sistemas de contraventamento;
- Imperfeições locais em elementos.

Na elaboração de modelos de elementos finitos, a consideração das imperfeições em elementos é regulamentada no Anexo C da norma NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012). São igualmente considerados os dois tipos de imperfeições referidos. No entanto, este Anexo permite a consideração de imperfeições equivalentes, como mostra o quadro da Figura 1.22.



O presente caso em estudo insere-se no tipo de imperfeição local em painel sob a forma de encurvadura, resultando numa amplitude de imperfeição geométrica equivalente de  $b/200$ .

Tipo de imperfeição	Componente	Forma da imperfeição	Amplitude
global	elemento de comprimento $\ell$	arco	ver a EN 1993-1-1, Quadro 5.1
global	reforço longitudinal de comprimento $a$	arco	$\min(a/400, b/400)$
local	painel ou painel secundário de lado menor $a$ ou $b$	modo de encurvadura	$\min(a/200, b/200)$
local	reforço ou banzo solicitados à torção	modo de encurvadura de torção	1/50

Figura 1.22: Quadro com imperfeições geométricas equivalentes de acordo com a NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012).

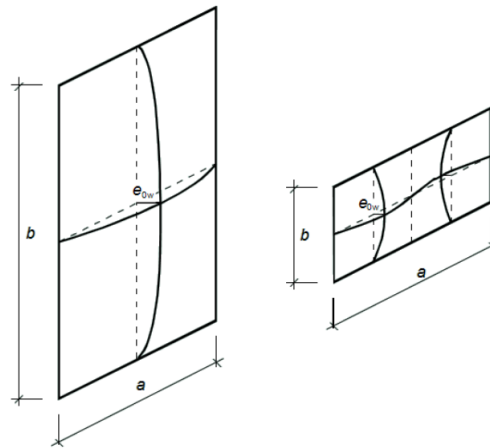


Figura 1.23: Modelação de imperfeições geométricas equivalentes para o caso em estudo, de acordo com NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012).

### 1.2.5 O efeito de Brazier

Tomando como modelo um tubo fino de plástico utilizado no quotidiano para beber líquidos, podemos observar que, ao ser fletido de maneira a formar um arco, o tubo atinge um ponto em que repentinamente colapsa com a formação de um mecanismo local. Observando a experiência com atenção pode verificar-se que a secção transversal do tubo ovaliza com o aumento da curvatura do eixo do tubo. Por sua vez, o mecanismo que subitamente se forma produz um achatamento local da secção transversal, resultando numa rigidez de flexão praticamente nula.

Estas observações sugerem que um tubo de secção circular sujeito à flexão pura possui um comportamento diferente do habitualmente observado em vigas de parede fina, uma vez que existem alterações geométricas significativas antes do colapso.

Este fenómeno foi pioneiramente investigado por L. G. Brazier (1927), ficando denominado como “efeito de Brazier”.

Brazier (1927) afirma que neste tipo de instabilidade não existe uma bifurcação mas uma redução progressiva e não-linear da rigidez, até que se atinge um ponto limite do momento aplicado. No seu estudo, Brazier apenas considerou termos de segunda ordem, o que não é suficiente para obter uma expressão exata do momento máximo mas permite demonstrar a existência do mesmo e quantificar aproximadamente o seu valor, para secções de espessura reduzida.

Essencialmente, este efeito resulta do facto de, com o aumento da curvatura longitudinal, tanto a zona comprimida como a zona tracionada longitudinalmente terem componentes direccionadas para o centro da secção transversal, forçando-a a ovalizar, conforme mostra a Figura 1.24.

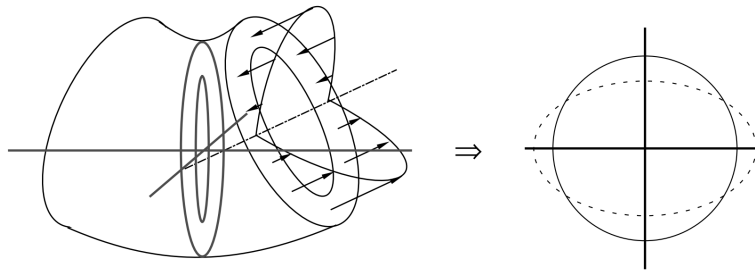


Figura 1.24: Mecanismo do efeito de Brazier que provoca a ovalização da secção transversal de um tubo circular (Tatting *et al.*, 1997).

O fenómeno de ovalização diminui o momento de inércia da secção transversal (bem como a sua rigidez à flexão), conduzindo a uma relação não-linear entre o momento aplicado e a curvatura. Além disso, a deformação da secção transversal conduz a um aumento de tensões normais longitudinais de flexão e à redução da carga de bifurcação local (Tatting *et al.*, 1997).

Através da Figura 1.25 é possível verificar que inicialmente a relação momento-rotação possui uma resposta aproximadamente elástica linear para pequenas curvaturas, observando-se posteriormente uma resposta não-linear, seguida de um ponto limite (momento máximo) devido à redução da rigidez à flexão provocada pela ovalização da secção transversal. Após o ponto limite o comportamento da estrutura torna-se instável, confirmando-se então a diminuição do momento com o aumento da curvatura, sendo este fenómeno mais evidente em secções transversais de parede fina (Wadee *et al.*, 2006).

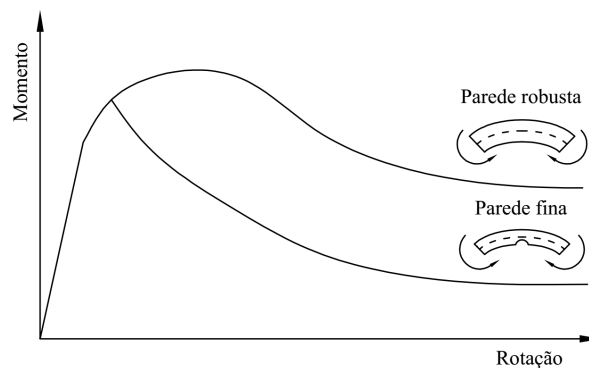


Figura 1.25: Comparação das relações momento-rotação para tubos com paredes finas e robustas (Wierzbicki e Sinmao, 1997).

Brazier (1927) conseguiu relacionar o momento fletor com a curvatura com a seguinte expressão:

$$M = \frac{2\sqrt{2}}{9} \times \frac{E\pi r t^2}{\sqrt{1 - \nu^2}}, \quad (1.14)$$

onde  $M$  corresponde ao momento fletor,  $E$  representa o módulo de elasticidade do material,  $r$  corresponde ao raio da secção transversal circular,  $t$  é a espessura da mesma e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson do material.

O fenómeno de ovalização da secção transversal de um tubo circular foi posteriormente investigado por Reissner (1959) e por Fabian (1977). A solução numérica das equações de Reissner (1959), proposta por Fabian (1977), foi comparada com a solução de Brazier (1927) para o momento e para a deformação da secção transversal relativamente à curvatura final. Tomando o deslocamento radial como medida para quantificar a ovalização da secção transversal (e.g., ver Figura 1.26), observou-se que a aproximação feita por Brazier (1927) subestima a deformação em 12%, no ponto limite, enquanto que sobrestima o momento fletor máximo por aproximadamente 3%. No entanto, as vantagens da simplicidade analítica e a eficiência computacional da solução de Brazier compensam bastante os pequenos erros numéricos consequentes (Tatting *et al.*, 1997).

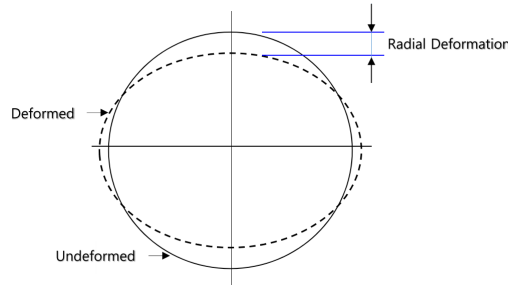


Figura 1.26: Deformação da secção transversal (Kim *et al.*, 2016).

Fabian (1977) concluiu que ocorre um ponto de bifurcação quase coincidente com o ponto limite (momento máximo) quando um tubo de secção circular é sujeito a flexão pura, sem carga axial. Tatting *et al.* (1997) também mostraram que a encurvadura local de um tubo de secção circular ocorre quase antes do momento máximo ser atingido (Kim *et al.*, 2016).

Vários investigadores concluíram que o colapso do tubo, com formação de um mecanismo local no lado comprimido, ocorre quando o momento fletor máximo é ultrapassado. Na verdade, trata-se de um mecanismo local com resistência de pós-encurvadura (Tatting *et al.*, 1997).

Foram realizadas muitas tentativas para modelar a diminuição de rigidez originada pela ovalização da secção transversal. No entanto, não foi contemplado o facto de se originar abruptamente um mecanismo local quando a curvatura se torna suficientemente grande. Este fenómeno pode ocorrer completamente dentro do regime elástico do material ou após plastificação parcial. Contudo, devido à instabilidade instalada pela ovalização da secção transversal, as deformações podem atingir valores tão grandes que se tornam plásticas, sendo então o mecanismo local um fator resultante da ovalização.

Contudo, a transição entre a ovalização para uma deformação local (e.g., ver Figura 1.27), apesar de observada frequentemente, provou ser de difícil modelação matemática (Wadee *et al.*, 2006).

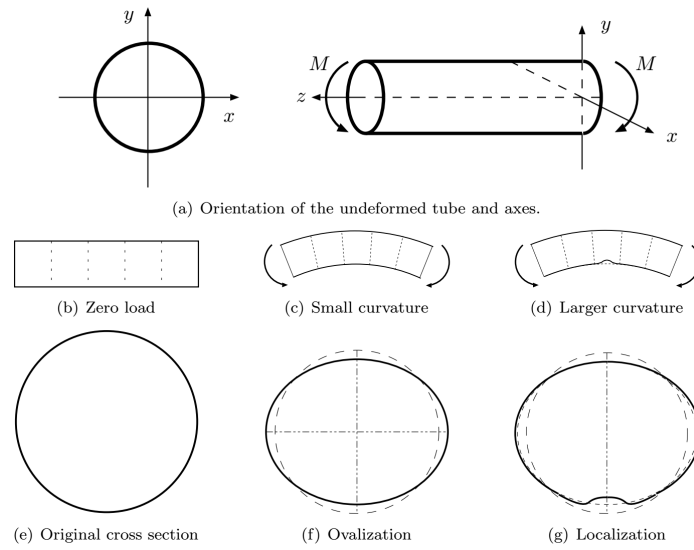


Figura 1.27: Representação e localização da ovalização progressiva de um tubo sob flexão pura (Wadee *et al.*, 2006).

Através de observações experimentais foi possível estabelecer uma relação entre tubos de baixa esbelteza e a ocorrência da ovalização da secção transversal em tubos circulares sujeitos a flexão pura. Estas observações experimentais acabaram por ser sustentadas por resultados analíticos (Wierzbicki e Sinmao, 1997).

Mais recentemente, em Karamanos (2002) e em Houliara e Karamanos *et al.* (2006), obtiveram-se resultados, através de elementos finitos não-lineares, que demonstram a natureza instável da resposta após o ponto limite, ocorrendo um “snap-back” (e.g., Figura 1.28).

Devido à relevância deste efeito no comportamento e resistência de tubos de secção circular, o mesmo deve ser considerado para efeitos de dimensionamento.

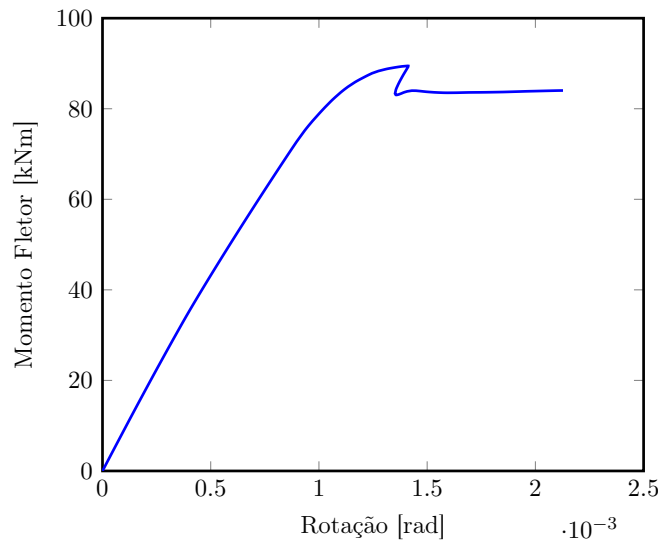


Figura 1.28: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

Conforme se verificará no Capítulo 3, o comportamento dos tubos poligonais regulares estudados no presente trabalho é afetado por um fenómeno semelhante ao já descrito para os tubos de secção circular.

Desde a primeira investigação sobre este fenómeno, feita por Brazier (1927), o estudo nesta área tem progredido no campo das estruturas tubulares de secção circular constituídas por materiais compósitos, estruturas tubulares com secção transversal não-circular e até em perfis alares, utilizados nas lâminas das turbinas eólicas (Jensen *et al.*, 2012).

## **1.3 Objetivos**

A presente dissertação tem como objetivo estudar o comportamento de tubos metálicos de secção transversal poligonal regular de parede fina, sujeitos à flexão pura. Os perfis tubulares são suscetíveis a um fenómeno de distorção da secção, semelhante ao efeito de ovalização em tubos circulares (efeito de Brazier). Este efeito diminui naturalmente a sua resistência à flexão, o que não é contabilizado no Eurocódigo 3 (CEN, 2005a).

Para o efeito, analisam-se tubos com secção transversal poligonal regular com seis e oito lados, realizando estudos paramétricos recorrendo a modelos de elementos finitos de casca para determinar as cargas de colapso e comparando os resultados obtidos com os valores fornecidos pelo método das larguras efetivas do Eurocódigo 3. As análises pelo método dos elementos finitos foram realizadas com o programa ADINA (Adina R & D, Inc., 2017).

A determinação da resistência pelo método das larguras efetivas foi efetuada com o auxílio de um programa de cálculo em MATLAB (The Mathworks Inc., 2017), que permite obter automaticamente as propriedades efetivas da secção e a respetiva resistência à flexão, de acordo com a norma NP EN1993-1-5 (CEN, 2012).

## **1.4 Organização da Dissertação**

O presente capítulo é introdutório, sendo onde se encontra uma breve descrição das referências bibliográficas que motivaram a elaboração deste trabalho. São também mencionados os conceitos gerais, objetivos e metas propostas.

No segundo capítulo aborda-se o programa criado em MATLAB (The Mathworks Inc., 2017) para o cálculo automático das propriedades efetivas de secções transversais poligonais de Classe 4, de acordo com a norma NP EN1993-1-5 (CEN, 2012). É feito um enquadramento da necessidade de criação do programa de cálculo, uma descrição do procedimento do mesmo e do próprio código em si.

O terceiro capítulo apresenta o estudo da resistência à flexão de tubos com secção transversal poligonal regular com seis e oito lados, sob flexão. São apresentados os vários modelos numéricos elaborados, e descritos os aspetos relevantes da modelação. São apresentados os resultados das análises efetuadas (geometricamente e fisicamente não-lineares, com imperfeições) e comparados com os resultados obtidos através do Eurocódigo 3 e da equação de Brazier (equação 1.14).

O último capítulo apresenta uma síntese das conclusões decorrentes da elaboração deste trabalho. São também apresentados possíveis desenvolvimentos futuros tendo em vista a continuação da investigação sobre os tópicos abordados.



## Capítulo 2

# Propriedades efetivas de secções poligonais regulares de Classe 4

### 2.1 Introdução

Atualmente, os perfis em aço com secção transversal poligonal regular de parede fina são amplamente utilizados em várias áreas do domínio da engenharia, nomeadamente em engenharia civil. Para obedecer a critérios de otimização estrutural, estes são caracterizados por uma secção transversal de espessura muito reduzida pelo que são muito suscetíveis à ocorrência de fenómenos de instabilidade local, que condicionam significativamente a sua resistência à encurvadura. Assim, estes perfis são em geral de Classe 4, segundo a classificação das secções transversais presente na norma PT EN 1993-1-1 (CEN, 2010) e resumida no subcapítulo 1.2.1. Para além da encurvadura local, conforme já foi referido, neste trabalho pretende verificar-se se o efeito de Brazier também influencia a resistência à flexão destes tubos.

O cálculo da resistência à flexão de secções transversais de Classe 4, segundo a norma PT EN 1993-1-1 (CEN, 2010), implica uma abordagem de acordo com o método das larguras efetivas, onde é considerada uma área efetiva ( $A_{eff}$ ) como sendo a área resistente da secção transversal. Esta abordagem está regulamentada na norma NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012) e resumida no subcapítulo 1.2.3.

Para se obter o valor de cálculo do momento fletor resistente (equação 1.5), é necessário calcular o módulo de flexão efetivo ( $W_{eff}$ ), que depende da inércia efetiva ( $I_{eff}$ ) e que, por sua vez, depende da área efetiva das paredes da secção

$$W_{eff} = \frac{I_{eff}}{d}, \quad (2.1)$$

onde  $d$  representa a distância entre a linha neutra e a fibra mais afastada da secção transversal.

Constituindo este cálculo um processo iterativo e moroso, surgiu a necessidade de criar um programa que o realizasse de forma automática, independentemente da geometria e das dimensões da secção transversal poligonal regular. O programa permite uma poupança de tempo e de esforço de cálculo significativos, apresentando uma grande rigor nos resultados. Para a implementação do programa foi utilizado o software MATLAB (The Mathworks Inc., 2017).

O código desenvolvido permite obter os seguintes parâmetros:

- posição do centro de gravidade e da linha neutra da secção transversal efetiva ( $y_{G,eff}$ );

- área efetiva da secção transversal ( $A_{eff}$ );
- inércia efetiva da secção transversal ( $I_{eff}$ );
- valor de cálculo do momento fletor resistente ( $M_{Rd}$ ).

## 2.2 Metodologia

A metodologia para a implementação do código do programa em MATLAB passou por, numa fase inicial, definir os parâmetros necessários ao cálculo do momento resistente que não dependem diretamente das propriedades efetivas da secção transversal. Foram definidos, relativamente à secção transversal “bruta”, os seguintes parâmetros (ver Figura 2.1):

- largura de cada elemento da secção ( $b$ );
- posição do centro de gravidade e da linha neutra ( $y_G$ );
- momento estático ( $S$ );
- parâmetro relativo à tensão de cedência ( $\varepsilon$ );
- momento de inércia ( $I$ ).

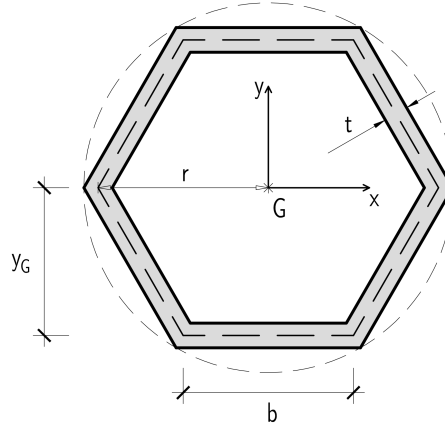


Figura 2.1: Parâmetros geométricos de uma secção transversal poligonal regular.

A largura dos elementos da secção transversal é obtida por

$$b = 2r \sin \left( \frac{\alpha}{2} \right), \quad (2.2)$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{n}, \quad (2.3)$$

onde  $r$  representa o raio da circunferência onde a secção transversal poligonal se encontra inscrita,  $\alpha$  representa o ângulo formado entre cada parede da secção e  $n$  designa o número de paredes.

A posição do centro de gravidade da secção transversal é calculada por:

$$y_G = r \cos \left( \frac{\alpha}{2} \right). \quad (2.4)$$



O momento estático da secção transversal, relativamente ao eixo  $x$  (ver Figura 2.1), é determinado por:

$$S_x = Ay_G. \quad (2.5)$$

O parâmetro relativo à tensão de cedência do aço  $\epsilon$  é dado por:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}, \quad (2.6)$$

em que  $f_y$  representa a tensão de cedência do aço.

Relativamente à inércia da secção transversal, esta pode ser calculada por (Gonçalves e Camotim, 2013c):

$$I = \frac{r^2 b n t}{6} \left( 2 + \cos \left( \frac{2\pi}{n} \right) \right), \quad (2.7)$$

onde  $t$  representa a espessura da secção transversal.

Em seguida, procedeu-se à implementação da forma como o programa iria “ler” a secção transversal. Para isso, foi criada uma matriz de dimensões  $(n,2)$  onde se guardam as coordenadas  $(x,y)$  dos vértices da secção. Considerou-se que os eixos coordenados  $(x,y)$  têm origem no centro de gravidade da secção transversal “bruta” ( $G$ ). No entanto, a forma como as coordenadas são calculadas resulta numa orientação do perfil em que este fica sempre com uma das faces voltada para cima, ao invés de um vértice (ver Figura 2.2).

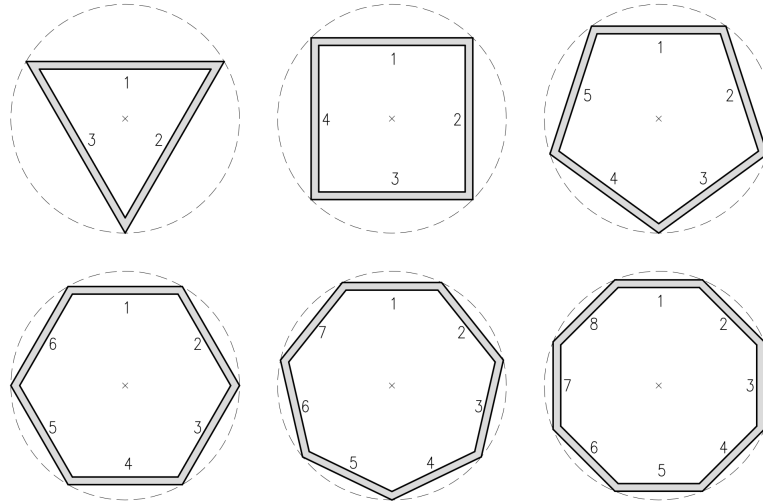


Figura 2.2: Geometrias e numeração das paredes para várias secções transversais poligonais regulares.

As coordenadas  $(x,y)$  dos pontos foram calculadas por:

- primeira parede,

$$x = r \cos \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \right), \quad (2.8)$$

$$y = r \sin \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \right), \quad (2.9)$$

- restantes paredes,

$$x = r \cos \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} + \alpha(i-1) \right), \quad (2.10)$$

$$y = r \sin \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} + \alpha(i-1) \right), \quad (2.11)$$

onde  $i$  corresponde à numeração da parede, de acordo com a representação na Figura 2.2.

O programa analisa individualmente cada parede, enquadrando-a consoante a respetiva distribuição de tensões, relativamente ao disposto na norma NP EN1993-1-5 (CEN, 2012), de acordo com o quadro representado na Figura 1.19.

Foi então implementada uma rotina em que as paredes (elementos placa) são analisadas individualmente. A tensão existente em cada extremidade é calculada através das coordenadas dos vértices da secção (extremidades dos elementos placa). A ordem de análise das paredes segue a numeração indicada na Figura 2.2.

Assumindo que a tensão máxima exercida na secção é igual à tensão de cedência  $f_y$  do aço que a constitui, passa a ser conhecida a distribuição de tensões em toda a secção, sendo possível calcular a tensão em cada extremidade de cada parede (ver Figuras 2.3 e 2.4). Definidas as tensões em cada extremidade de uma parede, o programa calcula a relação entre ambas ( $\psi$ ), identifica o caso de distribuição de tensões e calcula a largura efetiva ( $b_{eff}$ ). É importante referir que o programa assume que o momento fletor atua sempre com direção paralela à face do perfil voltada para cima e sentido positivo, como representado nas Figuras 2.3 e 2.4.

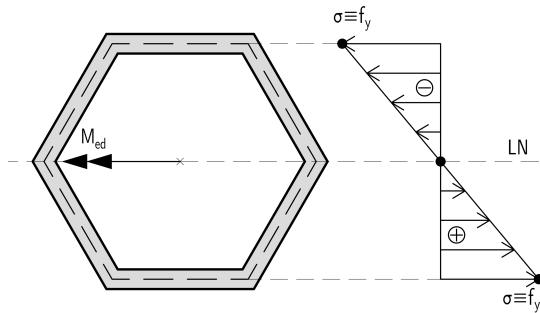


Figura 2.3: Distribuição de tensões numa secção transversal poligonal regular com 6 lados.

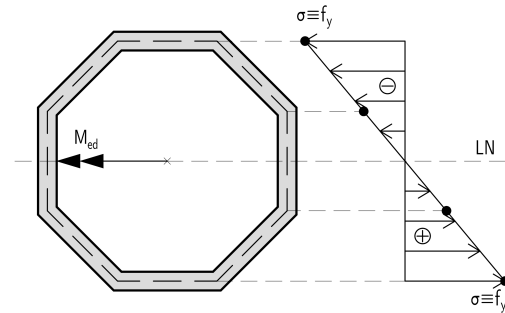


Figura 2.4: Distribuição de tensões numa secção transversal poligonal regular com 8 lados.

Depois de calculada a largura efetiva de todas as paredes, as propriedades efetivas da secção transversal são recalculadas e registadas. Para o efeito, retiram-se às propriedades “brutas” da secção as propriedades da parte de cada parede que não é “efetiva”.

Dado que os eixos locais dos elementos de placa (1, 2) se encontram rodados e transladados relativamente aos eixos da secção transversal ( $x'$ ,  $y'$ ), é necessário realizar uma transformação de eixos que implica a rotação e translação dos mesmos. A parcela de rotação entre os sistemas

de eixos (1, 2) e  $(x', y')$  (ver Figura 2.5) é dada por

$$I_{x'} = \frac{I_1 + I_2}{2} + \frac{I_1 - I_2}{2} \cos 2\theta - I_{12} \sin 2\theta, \quad (2.12)$$

$$I_{y'} = \frac{I_1 + I_2}{2} - \frac{I_1 - I_2}{2} \cos 2\theta + I_{12} \sin 2\theta, \quad (2.13)$$

$$I_{x'y'} = \frac{I_1 - I_2}{2} \sin 2\theta + I_{12} \cos 2\theta, \quad (2.14)$$

$$I_{12} = \int x'y' dA = 0, \quad (2.15)$$

onde os parâmetros apresentados representam:

- $I_{x'}$ , momento de inércia em relação ao eixo local rodado  $x'$ ;
- $I_{y'}$ , momento de inércia em relação ao eixo local rodado  $y'$ ;
- $I_{x'y'}$ , simétrico do produto de inércia em relação aos eixos locais rodados  $x'$  e  $y'$ ;
- $I_1$ , momento de inércia em relação ao eixo local 1;
- $I_2$ , momento de inércia em relação ao eixo local 2;
- $I_{12}$ , simétrico do produto de inércia em relação aos eixos locais 1 e 2;
- $\theta$ , ângulo de rotação entre eixos;
- $A$ , área.

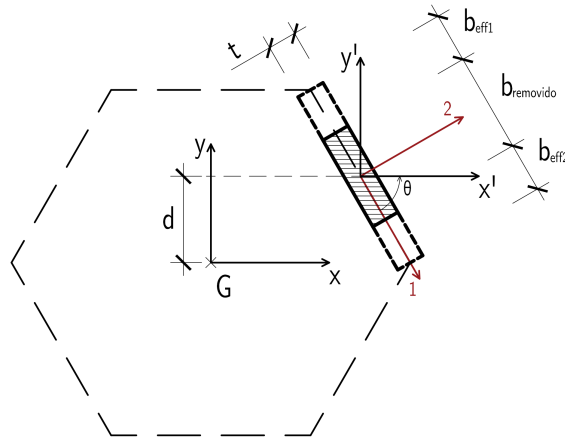


Figura 2.5: Eixos locais do troço não considerado para efeitos de resistência.

Para o caso particular de uma parede, obtém-se:

$$I_{x'} = \frac{\frac{(b - b_{eff})t^3}{12} + \frac{(b - b_{eff})t^3}{12}}{2} + \frac{\frac{(b - b_{eff})t^3}{12} - \frac{(b - b_{eff})t^3}{12}}{2} \cos(2\theta), \quad (2.16)$$

## Capítulo 2. Propriedades efetivas de secções poligonais regulares de Classe 4

onde  $b$  corresponde à largura “bruta” da parede,  $b_{eff}$  à respetiva largura efetiva e  $t$  à espessura.

Aplicando uma translação de eixos entre  $(x', y')$  e  $(x, y)$  (ver Figura 2.5), através do Teorema de Lagrange-Steiner, obtém-se:

$$I_x = I_{x'} + (b - b_{eff})td^2, \quad (2.17)$$

onde  $d$  corresponde à distância entre o centróide da parede não “efetiva” (não correspondendo necessariamente ao centróide da parede) e o centro de gravidade da secção transversal (e.g., Figura 2.5).

No caso de secções transversais poligonais regulares sujeitas a momentos fletores aplicados segundo o eixo  $x$  (como representado nas Figuras 2.3 e 2.4), só é necessário trabalhar com o momento de inércia em relação a esse mesmo eixo ( $I_x$ ). Uma vez que a geometria deste tipo de secções transversais apresenta sempre simetria relativamente a pelo menos um dos eixos, mesmo quando reduzida à correspondente área efetiva, o produto de inércia em relação aos eixos locais ( $I_{12}$ ) é sempre nulo. É importante referir que o Teorema de Lagrange-Steiner foi facilmente aplicado a esta secção em virtude da sua simetria (ver Figura 2.6 — em geometrias cujo número de paredes é par as paredes são simétricas duas a duas). Em geometrias cujo número de paredes é ímpar existe uma parede sem par de simetria, porém esta apresenta eixos principais paralelos aos eixos principais da secção.

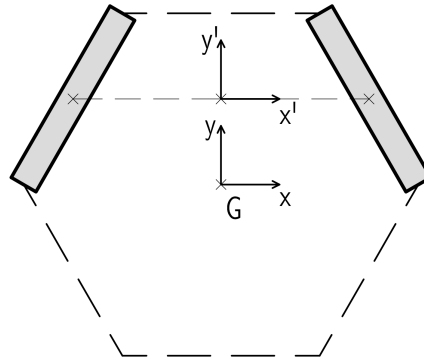


Figura 2.6: Eixos principais de paredes simétricas.

Obtida a inércia do troço a retirar para efeitos de resistência, o programa segue a análise para a próxima parede, repetindo todo o processo. Assim, após todas as paredes terem sido analisadas, obtêm-se os valores totais referentes à área efetiva da secção transversal ( $A_{eff}$ ), ao somatório das inércias dos troços não contabilizados para efeitos de resistência ( $I_{removida}$ ), e ao momento estático da secção transversal efetiva ( $S_{eff}$ ).

Através destes parâmetros, é possível calcular a nova posição do centro de gravidade/LN da secção ( $y_{G,eff}$ ) por:

$$y_{G,eff} = \frac{S_{eff}}{A_{eff}}, \quad (2.18)$$

onde  $S_{eff}$  representa o momento estático da secção transversal efetiva e  $A_{eff}$  corresponde à área efetiva.

Em seguida, é feita uma comparação entre a nova posição de  $y_{G,eff}$  e a posição anterior. Caso a diferença seja inferior a 2 mm, o programa procede ao cálculo da inércia efetiva ( $I_{eff}$ ). Caso essa diferença seja igual ou superior a 2 mm, o programa efetua nova iteração, atualizando o valor da posição do centro de gravidade. A tolerância de 2 mm foi adotada considerando que, face às dimensões dos perfis estudados, conduz a resultados precisos.

Após alcançada a iteração final, onde se verifica uma alteração da posição da linha neutra inferior a 2 mm relativamente à iteração anterior, é determinada a inércia efetiva. A inércia efetiva  $I_{eff}$  é obtida através de

$$I_{eff} = I - I_{removida} - A_{eff}(y_G - y_{G,eff})^2, \quad (2.19)$$

onde  $I$  corresponde à inércia da secção transversal “bruta”,  $I_{removida}$  representa o somatório das inércias dos troços não considerados para efeitos de resistência,  $y_G$  a posição do centro de gravidade da secção transversal “bruta” e  $y_{G,eff}$  é a posição do centro de gravidade da secção efetiva.

Por último, são calculados o módulo de flexão efetivo e o momento fletor resistente, respetivamente por:

$$W_{eff} = \frac{I_{eff}}{d}, \quad (2.20)$$

$$M_{Rd} = \frac{W_{eff} f_y}{\gamma_{M_0}}, \quad (2.21)$$

onde  $d$  representa a distância entre a linha neutra e a fibra mais afastada da secção transversal (ver Figura 2.7).

Os resultados obtidos para os perfis analisados encontram-se representados nas Tabelas 2.1 e 2.2.

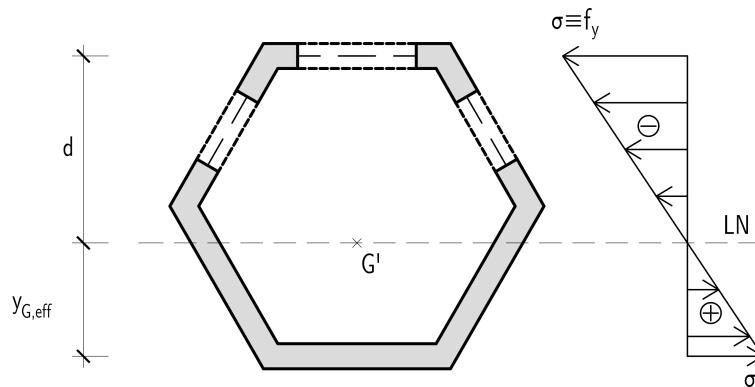


Figura 2.7: Secção transversal efetiva.

## Capítulo 2. Propriedades efetivas de secções poligonais regulares de Classe 4

Tabela 2.1: Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3, para tubos de secção transversal poligonal regular com 6 lados, de aço S235 e  $r = 0,3\text{ m}$ .

$t$ [mm]	Classe da secção	$I$ [m <sup>4</sup> ]	$I_{eff}$ [m <sup>4</sup> ]	$A$ [m <sup>2</sup> ]	$A_{eff}$ [m <sup>2</sup> ]	$M_{Rd,el}^{EC3}$ [kNm]	$M_{Rd,eff}^{EC3}$ [kNm]	$y_G$ [m]	$y_{G,eff}$ [m]
1	4	$6.75E^{-5}$	$2.60E^{-5}$	0.0018	0.0010	61.05	16.15	0.2598	0.1406
2	4	$1.35E^{-4}$	$7.93E^{-5}$	0.0036	0.0026	122.11	55.27	0.2598	0.1827
4	4	$2.70E^{-4}$	$2.267E^{-4}$	0.0072	0.0064	244.23	185.61	0.2598	0.2327
9	3	$6.08E^{-4}$	$6.08E^{-4}$	0.0162	0.0162	549.49	549.49	0.2598	0.2598

Tabela 2.2: Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3, para tubos de secção transversal poligonal regular com 8 lados, de aço S235 e  $r = 0,3\text{ m}$ .

$t$ [mm]	Classe da secção	$I$ [m <sup>4</sup> ]	$I_{eff}$ [m <sup>4</sup> ]	$A$ [m <sup>2</sup> ]	$A_{eff}$ [m <sup>2</sup> ]	$M_{Rd,el}^{EC3}$ [kNm]	$M_{Rd,eff}^{EC3}$ [kNm]	$y_G$ [m]	$y_{G,eff}$ [m]
1	4	$7.46E^{-5}$	$3.37E^{-5}$	0.0018	0.0011	63.24	20.35	0.2772	0.1653
2	4	$1.49E^{-4}$	$1.02E^{-4}$	0.0037	0.0029	126.48	71.97	0.2772	0.2217
4	4	$2.98E^{-4}$	$2.74E^{-4}$	0.0073	0.0070	252.97	221.55	0.2772	0.2638
9	3	$6.71E^{-4}$	$6.71E^{-4}$	0.0165	0.0165	569.18	569.18	0.2772	0.2772

### 2.3 Descrição do programa em MATLAB

O programa é constituído por uma “função” que executa todos os processos de cálculo e disponibiliza os resultados, com base no conjunto de parâmetros de entrada considerados:

- $n$ , número de paredes da secção transversal;
- $r$  [m], raio da circunferência onde a secção transversal é inscrita;
- $t$  [m], espessura da secção transversal;
- $f_y$  [MPa], tensão de cedência do aço.

Segue-se uma descrição mais detalhada de alguns elementos do código da função referida. O código completo pode ser consultado no Anexo A.

*Descrição de detalhe:*

```
function IEFF_MRD(n,r,t,fy)
```

- Cálculo dos parâmetros não dependentes, de forma direta, da área efetiva da secção transversal

```
alfa=2*pi/n; %Ângulo entre paredes
b=2*r*sin(alfa/2); %Largura da parede
Inercia=((r^2)*b*n*t*(2+cos(2*pi/n)))/6; %Inércia
```

## 2.3. Descrição do programa em MATLAB

```
Yg=r*cos(alfa/2);           %Posição inicial da LN
G=r*cos(alfa/2);           %Centro geométrico da secção
Area=n*t*b;                %Área
S=Yg*Area;                 %Momento estático
E=sqrt(235/fy); %Parâmetro relativo à tensão de cedência do
    aço
```

- Definição da matriz de coordenadas

```
%Matriz (nx2) vazia
Pontos=zeros(n,2);
%Coordenadas (x,y) do ponto 1
Pontos(1,1)=cos((pi/2)+(alfa/2))*r;
Pontos(1,2)=(sin((pi/2)+(alfa/2))*r);
%Assemblagem da matriz com as coordenadas dos restantes
    pontos
for i=2:n
    Pontos(n-i+2,1)=cos((pi/2)+(alfa/2)+alfa*(i-1))*r;
    Pontos(n-i+2,2)=sin((pi/2)+(alfa/2)+alfa*(i-1))*r;
end
```

- Definição das variáveis iniciais do ciclo, antes da primeira iteração

```
%Inércia dos troços "retirados", valor inicial nulo
InerciaBuracos=0;
%Posição da LN da secção efetiva inicial, equivalente a Yg
YgEFF=Yg;
%Diferença inicial entre Yg e YgEFF definida como Yg para
    que a primeira iteração seja feita
DIFYG=Yg;
%Criação da variável de contagem de iterações
contador=0;
```

- Análise das paredes da secção transversal

```
%Condição que garante a continuidade das iterações até ser
    atingida uma alteração da posição da LN menor que 2 mm
while abs(DIFYG)>0.002
    Yg=YgEFF; %Atualização de Yg no início de cada iteração
    Aeff=Area; %Reset para valor inicial da variável
    S=G*Area; %Reset para valor inicial da variável
    InerciaBuracos=0; %Reset para valor inicial da variável
    contador=contador+1 %Atualização do contador
%Inicio do ciclo de análise das paredes
    for i=1:n
        %Cálculo da tensão nas extremidades da placa
```

```

if i==n %Caso especifico para a última parede
    sigma332=round((fy*((Pontos(i,2)+G-Yg)/(G+G-Yg)))
    ,6);
    sigma331=round((fy*(Pontos(1,2)+G-Yg)/(G+G-Yg))
    ,6);
else %Restantes paredes
    sinicial=round((fy*((Pontos(i,2)+G-Yg)/(G+G-Yg)))
    ,6);
    sfinal=round((fy*(Pontos(i+1,2)+G-Yg)/(G+G-Yg))
    ,6);
    %Definição das tensões para que a tensão de índice 1
    corresponda sempre à de maior valor (EC3)
    sigma331=max(sinicial,sfinal);
    sigma332=min(sinicial,sfinal);
end
...

```

- Identificação dos elementos em tensão

```

...
%Caso ambas as extremidades se encontrem em tensão

if sigma331<=0 && sigma332<=0
    p=1; %Coeficiente de redução unitário
    Irem=0; %Não há redução do elemento
%Caso contrário
else
    %Cálculo da relação entre tensões
    psi=sigma332/sigma331;
    %Arredondamento com 6 casas decimais para evitar
    erros computacionais quando o valor é zero
    psi=round(psi,6);
    ...

```

- Enquadramento da parede relativamente aos casos de distribuições de tensões contemplados na norma NP EN1993-1-5 (CEN, 2012) e representados na Figura 1.19. Exemplo para o caso de compressão em todo o elemento.

```

...
%Caso a relação entre as tensões seja igual a 1, ambas as
extremidades encontram-se em compressão
if psi==1
    ksigma=4; %Fator de encurvadura
    %Esbelteza normalizada
    Lambda=(b/t)/(28.4*E*sqrt(ksigma));
    %Condições da esbelteza para determinação de
    coeficiente de redução

```



```

if Lambda<=0.5+sqrt(0.085-0.055*psi)
    p=1;
else
    p=(Lambda-0.055*(3+psi))/((Lambda)^2);
    if p>1
        p=1;
    else
    end
end
beff=p*b;           %Largura efetiva
brem=b-beff;        %Largura #removida"
%Atualização da área efectiva
Aeff=Aeff-brem*t;
%Determinação da distância entre o centróide
da área removida e a LN
dd=max(Pontos(i,2),Pontos(i+1,2));
d=(dd+G);
%Atualização do momento estático
S=S-(brem*t*(d));
%Cálculo da inércia "removida"
Irem((((brem*t^3)/12)+((brem^3*t)/12))/2)
      +((((brem*t^3)/12)-((brem^3*t)/12))/2)*cos
      (2*alfa*(i-1))+((brem*t)*(d-G)^2);
%Atualização da inércia "removida"
InerciaBuracos=InerciaBuracos+Irem;
...
end
...

```

- Cálculo dos parâmetros finais da iteração

```

...
%Cálculo da nova posição da LN
YgEFF=S/Aeff;
%Cálculo da diferença entre as posições da LN, antes e
depois da iteração
DIFYG=Yg-YgEFF;
%Cálculo da distância entre a nova posição da LN e o
centro geométrico da secção
CC=G-YgEFF;
%Cálculo da inércia efetiva
Inerciaeff=Inercia-InerciaBuracos-Aeff*(CC)^2;
end

```

- Determinação do momento fletor resistente

```
Vmax=G+(G-YgEFF);           %Distância à fibra mais comprimida
Weff=Inerciaeff/Vmax;        %Módulo de flexão efetivo
Mrd=Weff*fy*10^3;           %Momento fletor resistente
```

## Capítulo 3

# Resistência à flexão de tubos poligonais regulares de parede fina

### 3.1 Introdução

No presente capítulo realiza-se o estudo da resistência à flexão (geometricamente e fisicamente não-linear, incluindo imperfeições) de tubos com secção transversal poligonal regular de seis e oito lados. Para o efeito, são elaborados e analisados modelos numéricos criados com recurso ao Método dos Elementos Finitos, com elementos de casca de 4 nós, através do programa ADINA (Adina R & D, Inc., 2017). São analisados tubos de vários comprimentos, com espessuras de 1, 2, 4 e 9 mm. Pretende-se identificar o fenómeno de distorção da secção transversal (equivalente ao efeito de Brazier) e analisar a sua influência na resistência à flexão, comparando os resultados obtidos com as resistências fornecidas pelo Eurocódigo 3.

Em primeira instância são descritos os modelos numéricos criados, relatando os principais aspetos considerados na sua modelação, nomeadamente o tipo de análises efetuadas, a caracterização geométrica, as condições de apoio, as propriedades dos materiais, as cargas aplicadas, a malha de elementos finitos utilizada, as imperfeições geométricas e a determinação da carga crítica de bifurcação.

De seguida são analisados os resultados obtidos, estudando-se a manifestação do efeito de distorção. São analisados os valores máximos do momento fletor obtidos, comparando-os com os valores calculados de acordo com o Eurocódigo 3.

Em último lugar, é feito um breve enquadramento dos resultados obtidos, utilizando a expressão do momento fletor máximo de Brazier (equação 1.14), para tubos de secção circular.

### 3.2 Modelação numérica

A modelação numérica dos perfis de secção transversal poligonal regular analisados neste trabalho foi efetuada com recurso ao programa comercial de elementos finitos ADINA (Adina R & D, Inc., 2017). Foram modelados perfis de secções transversais poligonais regulares com seis e oito lados de diversos comprimentos, mantendo-se o raio da circunferência onde a secção se inscreve (linha média da secção)  $r = 0,3\text{ m}$  em todos os casos. A espessura das paredes das secções transversais variou entre 1, 2, 4 e 9 mm, com o intuito de variar também a esbelteza normalizada das paredes da secção. Em seguida descreve-se, resumidamente, os aspetos mais relevantes do processo de construção dos modelos numéricos analisados.

### 3.2.1 Tipos de análise

Para o estudo de cada modelo numérico foram realizados dois tipos de análise:

- Análise linear de estabilidade (ALE);
- Análise geometricamente e fisicamente não-linear, incluindo imperfeições geométricas equivalentes (ANL).

A análise linear de estabilidade (ALE) foi realizada sempre em primeiro lugar, com o intuito de se obter a carga crítica e o respetivo modo de instabilidade (e.g., ver Figuras 3.12 e 3.13), o qual foi adotado para gerar a imperfeição geométrica equivalente para a ANL. A ALE é designada no programa ADINA por “*Linearized Buckling Analysis*”.

A análise geométrica não-linear (ANL) foi utilizada com o objetivo de determinar a carga de colapso dos tubos e avaliar o seu comportamento estrutural. Este tipo de análise foi realizada recorrendo ao método do comprimento de arco, que no ADINA é ativado recorrendo à opção “*Collapse Analysis*”.

### 3.2.2 Caracterização geométrica

Todos os modelos estudados representam, como já referido, secções transversais poligonais regulares com seis e oito lados, isto é, com um número de paredes  $n = 6$  e  $n = 8$ . Foi considerado um raio de circunferência (onde se inscreve a linha média da secção) constante  $r = 0,3 \text{ m}$ , traduzindo-se numa largura de parede de  $b = 0,3 \text{ m}$  e  $b = 0,2296 \text{ m}$ , para as secções com seis e oito lados, respetivamente. Adotaram-se espessuras de 1, 2, 4 e 9 mm, analisando-se para cada uma 17 comprimentos diferentes, compreendidos entre 0,3 e 10 m.

### 3.2.3 Condições de fronteira

Inicialmente, com o propósito de reduzir o esforço computacional, o modelo numérico foi elaborado considerando uma simplificação de simetria a meio vão do tubo. No entanto, verificou-se que tal abordagem pode afetar a encurvadura local, nomeadamente a distribuição e o número de semi-ondas, resultando numa resposta mais rígida. Utilizou-se então um modelo numérico com o comprimento total do elemento, recorrendo-se à simplificação de simetria apenas para os maiores comprimentos (8 e 10 m), dado que nestes casos a imposição da simetria não afeta significativamente a resposta estrutural.

Em todos os casos considerou-se que os tubos se encontram simplesmente apoiados, que possuem diafragmas rígidos em cada uma das extremidades e são atuados por momentos na extremidade, introduzindo flexão circular. No caso dos modelos com o comprimento total do tubo, numa das extremidades restringiram-se os deslocamentos segundo  $x$ ,  $y$  e  $z$  do centróide do diafragma, enquanto que na outra restringiram-se os deslocamentos segundo  $y$ ,  $z$  e as rotações segundo  $x$  (torção). As condições de fronteira e o sistema de eixos encontram-se representados na Figura 3.1. Os diafragmas de extremidade são modelados introduzindo elementos rígidos (“*rigid links*”), conforme mostra a figura. Estes elementos ligam os nós das paredes da secção transversal de extremidade ao seu centro geométrico.

No caso dos modelos numéricos com simplificação de simetria, na extremidade do elemento foram restringidos os deslocamentos segundo  $y$ ,  $z$  e as rotações segundo  $x$  do centróide do diafragma. Na secção de simetria, restringiram-se os deslocamentos segundo  $x$  e as rotações segundo  $y$  e  $z$ .

### 3.2.4 Propriedades dos materiais

Para o material constituinte dos tubos, considerou-se um aço da classe S235. No modelo numérico, o material foi definido como elástico-perfeitamente plástico com as seguintes propriedades:

- módulo de elasticidade  $E = 210 \text{ GPa}$ ;
- coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ ;
- tensão de cedência  $f_y = 235 \text{ MPa}$ .

O módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson foram definidos em acordo com as indicações presentes na norma NP EN 1993-1-1 (CEN, 2010).

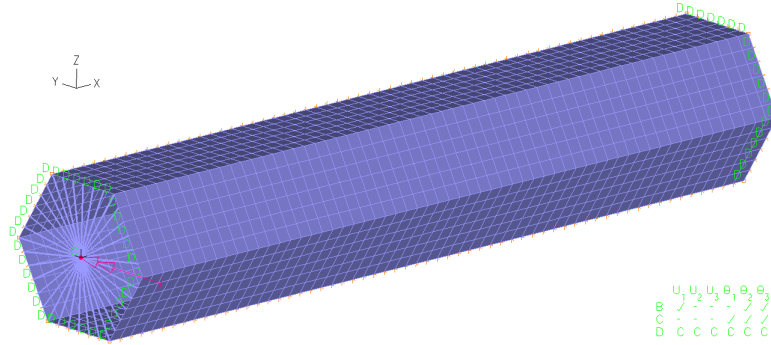


Figura 3.1: Modelo numérico com as respetivas condições de fronteira, sistema de eixos e cargas aplicadas.

### 3.2.5 Cargas aplicadas

Para a realização da ALE, foi introduzido um momento fletor unitário segundo  $y$ , aplicado (i) em ambas as extremidades, no caso dos modelos com o comprimento total do elemento, ou (ii) apenas na extremidade apoiada, no caso dos modelos com simplificação de simetria.

No caso da ANL, foi introduzida uma rotação unitária segundo  $y$ , aplicada também conforme explicado para o caso da ALE, a qual é incrementada até obter uma trajetória momento fletor-rotação satisfatória. Foi também testado o caso de momento fletor/rotação aplicados segundo  $z$ , atuando de forma a gerar maior tensão num vértice da secção. No entanto, os momentos de colapso foram um pouco superiores, pelo que se concluiu que os momentos aplicados segundo  $y$  são condicionantes.

### 3.2.6 Malha de Elementos Finitos

Para a concretização das análises, decidiu-se utilizar elementos finitos de casca MITC (“Mixed Interpolation of Tensorial Components”) de quatro nós, os quais são apropriados para efetuar análises fisicamente e geometricamente não-lineares (Bathe, 2010). A malha de elementos finitos, aplicada em todos os modelos, é longitudinalmente e transversalmente uniforme e, portanto, composta por elementos finitos quadrados.

A escolha da dimensão dos elementos finitos constituintes da malha resultou de um estudo prévio onde se consideraram vários níveis de discretização. Relativamente aos tubos poligonais com seis lados, analisaram-se e compararam-se os resultados obtidos utilizando elementos finitos quadrados de 10, 5 e 2,5 mm. Verificou-se que para os tubos com espessuras de 4 e 9 mm a malha com elementos finitos de 5 mm já apresenta uma precisão de resultados bastante satisfatória (e.g. ver Figuras 3.8, 3.9, 3.10 e 3.11). No entanto, para os tubos com espessura 1 e 2 mm, a malha com elementos finitos de 2,5 mm apresenta, surpreendentemente, resultados bastante mais precisos que as restantes (e.g. ver Figuras 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7).

Para as análises dos tubos poligonais com seis lados e espessuras de 1 e 2 mm adotou-se uma malha com elementos finitos quadrados de 2,5 mm. Isto traduziu-se numa malha com 12 elementos finitos por parede (e.g. ver Figura 3.2), na direção transversal. Por sua vez, para as análises dos tubos poligonais com seis lados e espessuras de 4 e 9 mm adoptou-se uma malha com elementos finitos quadrados de 5 mm. Isto traduziu-se numa malha com 6 elementos finitos por parede (e.g. ver Figura 3.1).

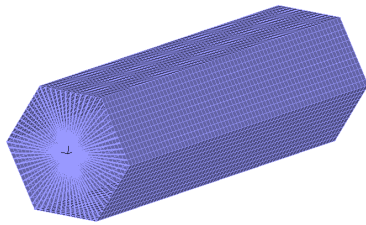


Figura 3.2: Malha de elementos finitos com dimensões de 2,5 mm de um modelo numérico referente a um tubo poligonal com 6 lados.

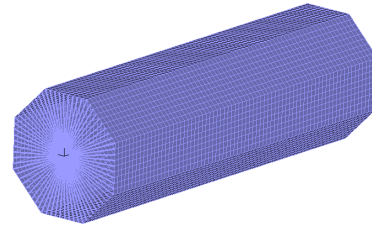


Figura 3.3: Malha de elementos finitos com dimensões de 2,5 mm de um modelo numérico referente a um tubo poligonal com 8 lados.

Relativamente aos tubos poligonais com oito lados, face aos resultados obtidos da comparação dos vários níveis de discretização para os tubos com seis lados, adotou-se uma malha com elementos finitos quadrados de 2,5 mm para todas as espessuras. Isto traduziu-se numa malha com 9 elementos finitos por parede (e.g. ver Figura 3.3).

Foi também feito um estudo sobre a influência do número de pontos de integração na direção da espessura das paredes. Concluiu-se que dois pontos conduzem a resultados aceitáveis.

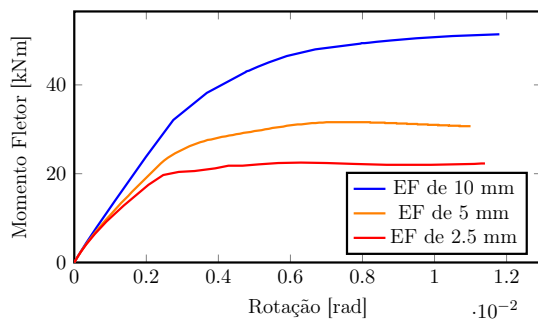


Figura 3.4: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões.

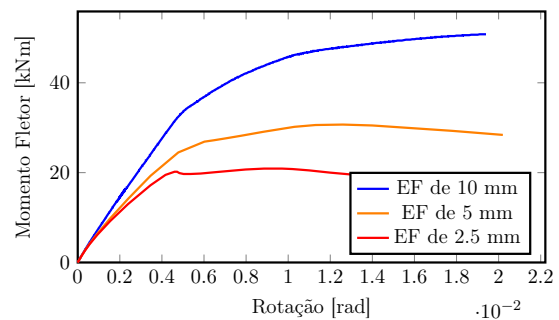


Figura 3.5: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões.

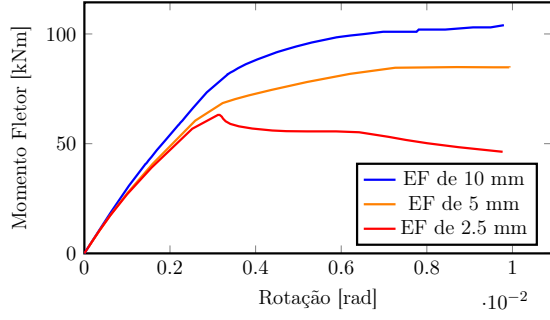


Figura 3.6: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões.

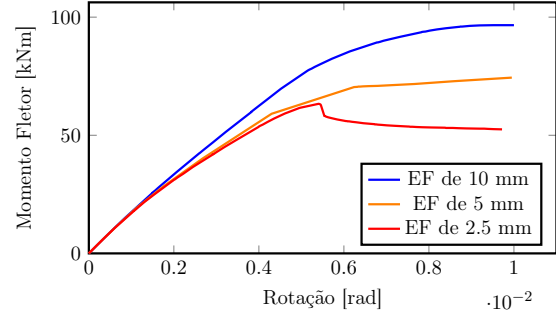


Figura 3.7: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões.

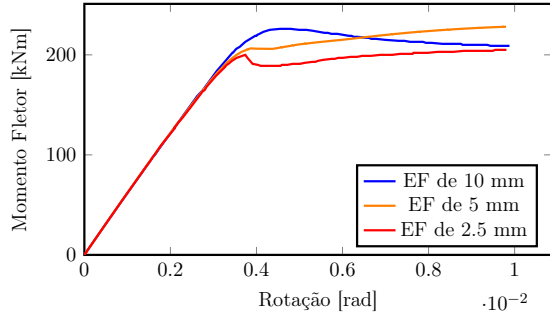


Figura 3.8: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões.

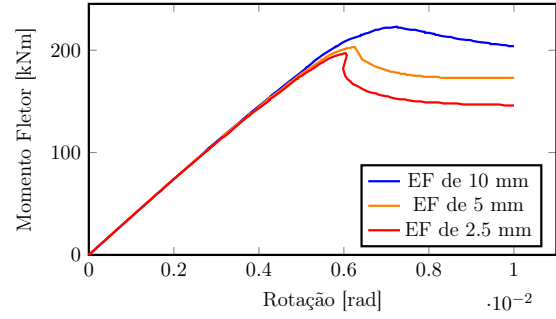


Figura 3.9: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões.

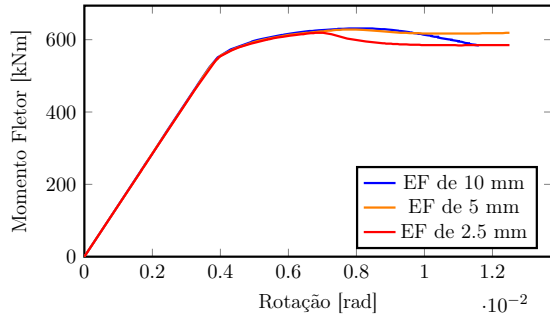


Figura 3.10: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões.

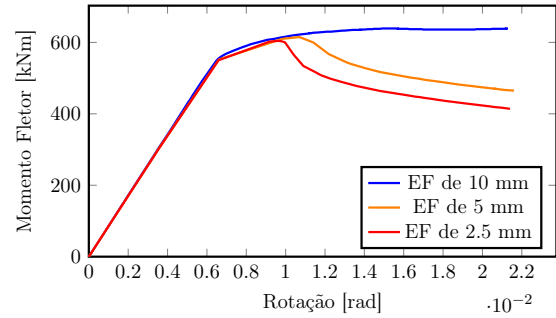


Figura 3.11: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ , utilizando malhas com elementos finitos de diferentes dimensões.

### 3.2.7 Imperfeições geométricas

De modo a considerar imperfeições naturalmente presentes nas estruturas metálicas, no modelo foi introduzida uma imperfeição geométrica equivalente. A amplitude da imperfeição foi determinada de acordo com o regulamentado no Anexo C da norma NP EN 1993-1-5 (CEN, 2012), que resultou numa amplitude de  $b/200$ , ou seja, 1,5 mm para as secções transversais com seis lados e 1,1 mm para as secções transversais com oito lados.

A forma das imperfeições geométricas foi obtida a partir do modo crítico de instabilidade resultante de cada ALE (e.g., ver Figuras 3.12 e 3.13). Para impor a amplitude especificada pelo Eurocódigo 3, foi necessário identificar o nó da parede mais comprimida com o maior deslocamento. As imperfeições foram aplicadas inicialmente em ambos os sentidos. No entanto, verificou-se que as imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo eram mais condicionantes (conduziam a menores momentos de colapso), pelo que se procede à sua aplicação.

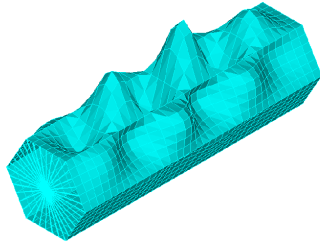


Figura 3.12: Modo de instabilidade de um tubo poligonal regular com  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

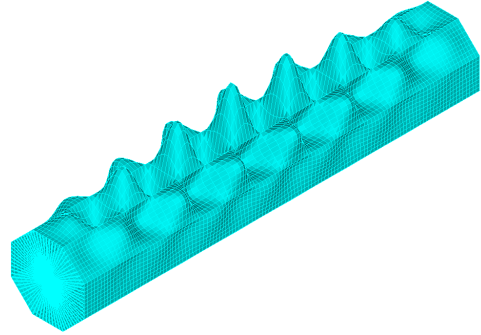


Figura 3.13: Modo de instabilidade de um tubo poligonal regular com  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

### 3.2.8 Carga crítica de bifurcação

A determinação da carga crítica de bifurcação foi efetuada de duas formas, com o intuito de se possuir valores de referência antes de efetuar as análises numéricas, para efeitos de validação.

Inicialmente, antes da realização das análises numéricas, a carga crítica foi calculada analiticamente através das expressões clássicas:

$$\sigma_{cr} = \frac{E\pi^2 k}{12(1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2, \quad (3.1)$$

$$M_{cr} = \frac{\sigma_{cr} I}{d}, \quad (3.2)$$



onde os parâmetros apresentados representam:

- $\sigma_{cr}$ , tensão crítica de bifurcação;
- $E$ , módulo de elasticidade;
- $k$  coeficiente de encurvadura;
- $\nu$ , coeficiente de Poisson;
- $t$ , espessura da parede;
- $b$ , largura da parede
- $M_{cr}$ , momento crítico;
- $I$ , inércia da secção transversal;
- $d$ , distância entre a linha neutra e a fibra mais comprimida da secção transversal.

O valor do coeficiente de encurvadura  $k$  para secções transversais poligonais regulares com seis e oito lados sob flexão, com  $\theta = 0$  (ver Figura 3.15), foi calculado por Gonçalves e Camotim (2013a) (ver Figura 3.14) e corresponde a  $k = 5,236$  e  $k = 4,911$ , respetivamente.

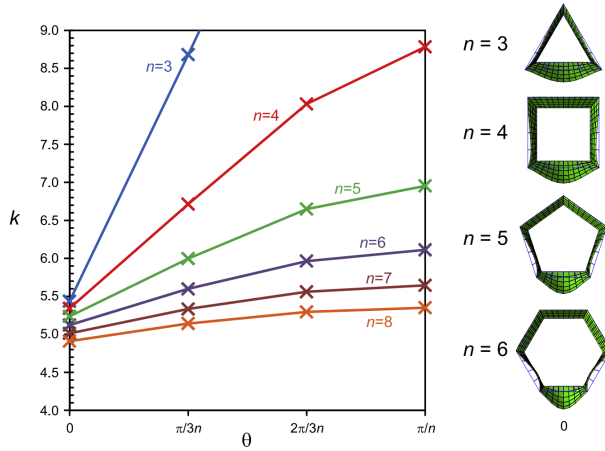


Figura 3.14: Coeficiente de encurvadura para secções transversais poligonais regulares sob flexão (Gonçalves e Camotim, 2013a).

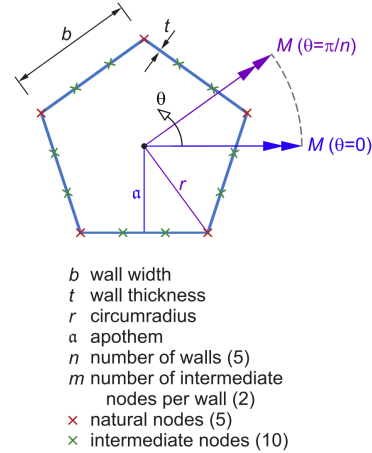


Figura 3.15: Geometria e notação para secções transversais poligonais regulares sob flexão (Gonçalves e Camotim, 2013a).

Por sua vez, a segunda forma de determinação da carga crítica consistiu na obtenção direta do valor do momento crítico através de ALEs.

Nas Tabelas 3.1 e 3.2 encontram-se os valores do momento crítico obtidos analiticamente e numericamente, para as secções transversais analisadas. É de referir que os valores apresentados obtidos na análise numérica resultam de uma média aritmética, uma vez que para a mesma espessura foram analisados 17 comprimentos diferentes, não tendo sido considerados os comprimentos afetados pelo efeito de restrição causado pelos diafragmas rígidos. Verifica-se que os resultados numéricos são praticamente coincidentes com os resultados analíticos, pelo que se pode considerar que os modelos numéricos são adequados.

Tabela 3.1: Valores de momento crítico, para secções transversais com  $n = 6$ , obtidos analiticamente e numericamente.

$t$ [mm]	$M_{cr}$ [kNm]	$M_{cr}^{ADINA}$ [kNm]
1	2.87	2.87
2	22.95	22.96
4	183.61	191.38
9	2091.38	2134.62

Tabela 3.2: Valores de momento crítico, para secções transversais com  $n = 8$ , obtidos analiticamente e numericamente.

$t$ [mm]	$M_{cr}$ [kNm]	$M_{cr}^{ADINA}$ [kNm]
1	4.91	4.93
2	38.07	39.37
4	304.55	311.14
9	3468.97	3432.33

### 3.3 Resultados

Os perfis tubulares de secção poligonal regular são constituídos por placas unidas longitudinalmente. É sabido que as placas são elementos estruturais com uma significativa resistência de pós-encurvadura e pouco sensíveis a imperfeições geométricas. Esta resistência de pós-encurvadura pode ser tida em conta através do Método das Larguras Efetivas (MLE), conforme prescreve o Eurocódigo 3. Contudo, o efeito da distorção da secção (semelhante ao efeito de ovalização/efeito de Brazier) não é tido em conta pelo Eurocódigo 3 e, como tal, pretende-se averiguar se este efeito influencia a resistência à flexão dos tubos.

#### 3.3.1 Comparação com o Eurocódigo 3

Foram analisados perfis com secções transversais de quatro espessuras diferentes, onde as de 1, 2 e 4 mm pertencem à Classe 4, enquanto que as de 9 mm pertencem à Classe 3 (ver Tabelas 2.1 e 2.2). A escolha destas espessuras teve como objetivo cobrir um espectro de valores de esbelteza das paredes que contemplasse valores baixos, médios e elevados. Naturalmente, as secções de Classe 4, devido à sua elevada esbelteza, apresentam não só uma maior propensão à manifestação do efeito da distorção, como também são afetadas pela encurvadura local.

Em todos os casos analisados observou-se, através da relação momento fletor-rotação, a ocorrência de um momento limite (e.g., ver Figura 3.16). Verificou-se que o incremento de rotação é acompanhado por um aumento gradual da deformação local das paredes da secção transversal, nomeadamente da parede mais comprimida, que aumenta significativamente um pouco antes de se alcançar o momento fletor máximo.

Após atingido o momento fletor máximo, a deformação da secção transversal torna-se cada vez mais evidente, verificando-se um “vinco” pronunciado semelhante ao descrito por Brazier (1927). Esta distorção localizada não se manifestou sempre na zona de meio vão, pois para determinados comprimentos observou-se este fenómeno em duas zonas do tubo distintas (e.g., ver Figuras 3.18 a 3.20). Foi observada pontualmente a natureza complexa da resposta após

o ponto limite, registrando-se fenômenos de “snap-back” (e.g., ver Figura 1.28) ou de “snap-through” (e.g., ver Figura 3.17). No entanto, em grande parte dos casos, estes fenômenos não se verificam, conforme mostra a Figura 3.16 (ver Anexo B, que mostra todos os resultados obtidos).

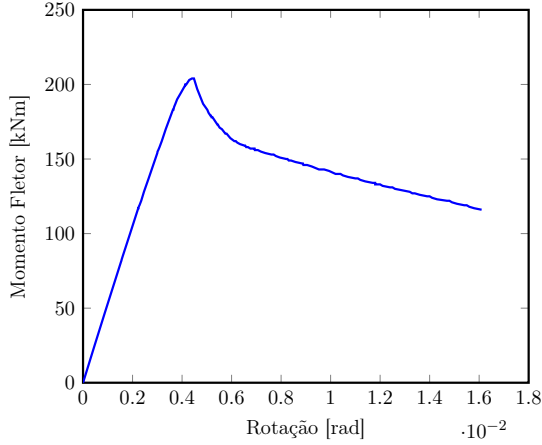


Figura 3.16: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

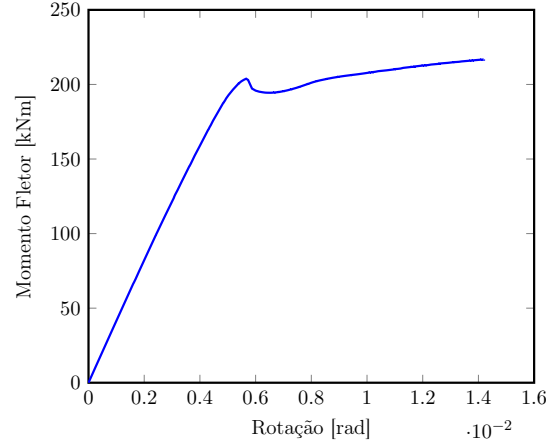


Figura 3.17: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

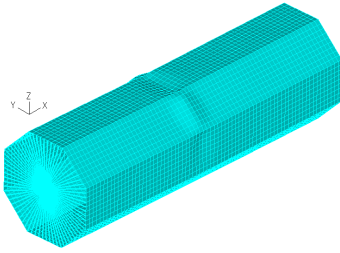


Figura 3.18: Deformação de um tubo poligonal regular com  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

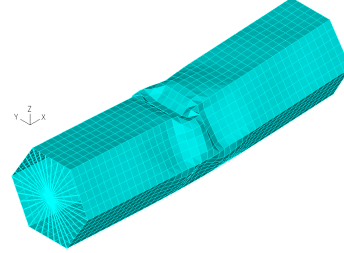


Figura 3.19: Deformação de um tubo poligonal regular com  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

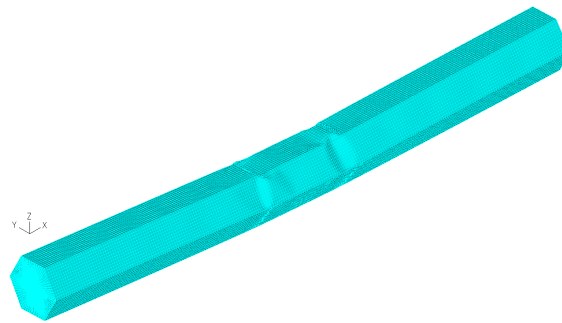


Figura 3.20: Deformação de um tubo poligonal regular com  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

### Capítulo 3. Resistência à flexão de tubos poligonais regulares de parede fina

---

Nas Tabelas 3.3 a 3.10 comparam-se os resultados obtidos com os modelos de elementos finitos (ADINA) e o Eurocódigo 3 (recordar Capítulo 2 e Tabelas 3.1 e 3.2). Estas tabelas mostram não só os valores do momento máximo obtidos pelas análises numéricas e através do Eurocódigo, bem como outros parâmetros relevantes para a comparação:

- momento fletor resistente da secção “bruta” segundo o EC3 ( $M_{Rd,el}^{EC3}$ );
- momento fletor resistente da secção efetiva segundo o EC3 ( $M_{Rd,eff}^{EC3}$ );
- momento crítico registado no ADINA ( $M_{cr}^{ADINA}$ );
- momento fletor resistente, considerando imperfeições geométricas, registado no ADINA ( $M_{Rd}^{ADINA}$ );
- momento fletor resistente, desprezando imperfeições geométricas, registado no ADINA ( $M_{Rd,s/imperf.}^{ADINA}$ );
- fator de redução relativo e aos resultados registados no ADINA ( $\chi^{ADINA}$ );
- fator de redução relativo aos resultados obtidos segundo o EC3 ( $\chi^{EC3}$ );
- esbelteza normalizada da secção transversal “bruta” ( $\bar{\lambda}_{el}$ );
- esbelteza normalizada da secção transversal efetiva ( $\bar{\lambda}_{eff}$ ).

Os fatores de redução  $\chi^{ADINA}$  e  $\chi^{EC3}$  foram obtidos por:

$$\chi^{ADINA} = \frac{M_{Rd}^{ADINA}}{M_{Rd,el}^{EC3}}; \quad (3.3)$$

$$\chi^{EC3} = \frac{M_{Rd,eff}^{EC3}}{M_{Rd,el}^{EC3}}. \quad (3.4)$$

A esbelteza normalizada relativamente à secção transversal “bruta”  $\bar{\lambda}_{el}$  foi calculada por:

$$\bar{\lambda}_{el} = \sqrt{\frac{M_{Rd,el}^{EC3}}{M_{cr}^{ADINA}}} \quad (3.5)$$

A esbelteza normalizada relativamente à secção transversal efectiva  $\bar{\lambda}_{eff}$  foi calculada por:

$$\bar{\lambda}_{eff} = \sqrt{\frac{M_{Rd,eff}^{EC3}}{M_{cr}^{ADINA}}} \quad (3.6)$$

### 3.3. Resultados

Tabela 3.3: Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com  $n = 6$  e  $t = 1 \text{ mm}$ .

$L$ [m]	$t$ [mm]	Classe da secção	$M_{Rd,el}^{EC3}$ [kNm]	$M_{Rd,eff}^{EC3}$ [kNm]	$M_{cr}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd,s/imperf.}^{ADINA}$ [kNm]	$\chi^{ADINA}$	$\chi^{EC3}$	$\bar{\lambda}_{el}$	$\bar{\lambda}_{eff}$
0.3	1	4	61.05	16.15	21498	26.71	30.28	0.44	0.26	0.05	0.03
0.6	1	4	61.05	16.15	25332	23.04	23.72	0.38	0.26	0.05	0.03
0.9	1	4	61.05	16.15	23407	22.48	28.77	0.37	0.26	0.05	0.03
1.2	1	4	61.05	16.15	2.97	20.08	29.39	0.33	0.26	4.54	2.33
1.5	1	4	61.05	16.15	246.60	21.63	22.40	0.35	0.26	0.50	0.26
1.8	1	4	61.05	16.15	2.91	22.54	22.01	0.37	0.26	4.58	2.36
2.1	1	4	61.05	16.15	2.89	20.29	23.79	0.33	0.26	4.60	2.36
2.4	1	4	61.05	16.15	2.88	22.32	20.52	0.37	0.26	4.61	2.37
2.7	1	4	61.05	16.15	2.87	21.98	22.25	0.36	0.26	4.61	2.37
3.0	1	4	61.05	16.15	2.87	20.26	20.44	0.33	0.26	4.62	2.37
3.6	1	4	61.05	16.15	2.86	20.19	20.44	0.33	0.26	4.62	2.38
4.2	1	4	61.05	16.15	2.86	20.21	20.36	0.33	0.26	4.62	2.38
4.5	1	4	61.05	16.15	2.85	19.97	19.99	0.33	0.26	4.63	2.38
5.1	1	4	61.05	16.15	2.85	20.09	20.16	0.33	0.26	4.63	2.38
6.0	1	4	61.05	16.15	2.85	20.52	19.91	0.34	0.26	4.63	2.38
8.0	1	4	61.05	16.15	2.84	19.34	19.89	0.32	0.26	4.63	2.38
10.0	1	4	61.05	16.15	2.84	19.78	19.47	0.32	0.26	4.64	2.38

Tabela 3.4: Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com  $n = 6$  e  $t = 2 \text{ mm}$ .

$L$ [m]	$t$ [mm]	Classe da secção	$M_{Rd,el}^{EC3}$ [kNm]	$M_{Rd,eff}^{EC3}$ [kNm]	$M_{cr}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd,s/imperf.}^{ADINA}$ [kNm]	$\chi^{ADINA}$	$\chi^{EC3}$	$\bar{\lambda}_{el}$	$\bar{\lambda}_{eff}$
0.3	2	4	122.11	55.28	42293	82.31	93.72	0.67	0.45	0.05	0.04
0.6	2	4	122.11	55.28	50693	74.14	70.04	0.61	0.45	0.05	0.03
0.9	2	4	122.11	55.28	50746	67.15	68.07	0.55	0.45	0.05	0.03
1.2	2	4	122.11	55.28	23.72	65.79	65.17	0.54	0.45	2.27	1.53
1.5	2	4	122.11	55.28	2244	59.05	65.64	0.48	0.45	0.23	0.16
1.8	2	4	122.11	55.28	23.22	63.11	64.82	0.52	0.45	2.29	1.54
2.1	2	4	122.11	55.28	23.09	61.64	65.19	0.50	0.45	2.30	1.55
2.4	2	4	122.11	55.28	23.00	63.13	64.98	0.52	0.45	2.30	1.55
2.7	2	4	122.11	55.28	22.95	63.63	65.08	0.52	0.45	2.31	1.55
3.0	2	4	122.11	55.28	22.91	63.30	65.42	0.52	0.45	2.31	1.55
3.6	2	4	122.11	55.28	22.86	63.35	64.63	0.52	0.45	2.31	1.55
4.2	2	4	122.11	55.28	22.83	63.26	64.53	0.52	0.45	2.31	1.56
4.5	2	4	122.11	55.28	22.81	62.98	64.20	0.52	0.45	2.31	1.56
5.1	2	4	122.11	55.28	22.80	63.07	65.66	0.52	0.45	2.31	1.56
6.0	2	4	122.11	55.28	22.78	62.93	64.35	0.52	0.45	2.32	1.56
8.0	2	4	122.11	55.28	22.76	63.19	64.33	0.52	0.45	2.32	1.56
10.0	2	4	122.11	55.28	22.74	64.58	64.92	0.53	0.45	2.32	1.56

Tabela 3.5: Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com  $n = 6$  e  $t = 4 \text{ mm}$ .

$L$ [m]	$t$ [mm]	Classe da secção	$M_{Rd,el}^{EC3}$ [kNm]	$M_{Rd,eff}^{EC3}$ [kNm]	$M_{cr}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd,s/imperf.}^{ADINA}$ [kNm]	$\chi^{ADINA}$	$\chi^{EC3}$	$\bar{\lambda}_{el}$	$\bar{\lambda}_{eff}$
0.3	4	4	244.22	185.61	27588	255.25	254.25	1.05	0.76	0.09	0.08
0.6	4	4	244.22	185.61	8398	224.03	236.15	0.92	0.76	0.17	0.15
0.9	4	4	244.22	185.61	83290	226.02	220.12	0.93	0.76	0.05	0.05
1.2	4	4	244.22	185.61	198.10	208.02	220.74	0.85	0.76	1.11	0.97
1.5	4	4	244.22	185.61	195.20	206.82	215.91	0.85	0.76	1.12	0.98
1.8	4	4	244.22	185.61	193.50	206.44	225.41	0.85	0.76	1.12	0.98
2.1	4	4	244.22	185.61	192.40	204.16	216.14	0.84	0.76	1.13	0.98
2.4	4	4	244.22	185.61	191.60	204.15	215.79	0.84	0.76	1.13	0.98
2.7	4	4	244.22	185.61	191.00	203.84	218.95	0.83	0.76	1.13	0.99
3.0	4	4	244.22	185.61	190.60	203.19	252.50	0.83	0.76	1.13	0.99
3.6	4	4	244.22	185.61	190.10	202.62	231.56	0.83	0.76	1.13	0.99
4.2	4	4	244.22	185.61	189.80	202.34	263.83	0.83	0.76	1.13	0.99
4.5	4	4	244.22	185.61	189.70	201.29	253.65	0.82	0.76	1.13	0.99
5.1	4	4	244.22	185.61	189.50	197.02	252.55	0.81	0.76	1.14	0.99
6.0	4	4	244.22	185.61	189.40	202.54	214.93	0.83	0.76	1.14	0.99
8.0	4	4	244.22	185.61	189.20	205.49	215.27	0.84	0.76	1.14	0.99
10.0	4	4	244.22	185.61	189.20	207.98	217.48	0.85	0.76	1.14	0.99

### Capítulo 3. Resistência à flexão de tubos poligonais regulares de parede fina

Tabela 3.6: Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com  $n = 6$  e  $t = 9 \text{ mm}$ .

$L$ [m]	$t$ [mm]	Classe da secção	$M_{Rd,el}^{EC3}$ [kNm]	$M_{Rd,eff}^{EC3}$ [kNm]	$M_{cr}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd,s/imperf.}^{ADINA}$ [kNm]	$\chi^{ADINA}$	$\chi^{EC3}$	$\bar{\lambda}_{el}$	$\bar{\lambda}_{eff}$
0.3	9	3	549.49	549.49	202063	629.08	670.29	1.14	1	0.05	0.05
0.6	9	3	549.49	549.49	132607	643.63	662.14	1.17	1	0.06	0.06
0.9	9	3	549.49	549.49	202728	645.29	658.9	1.17	1	0.05	0.05
1.2	9	3	549.49	549.49	124612	638.45	656.57	1.16	1	0.07	0.07
1.5	9	3	549.49	549.49	2184	623.57	653.74	1.13	1	0.50	0.50
1.8	9	3	549.49	549.49	2164	628.29	651.72	1.14	1	0.50	0.50
2.1	9	3	549.49	549.49	2151	612.25	650.58	1.11	1	0.51	0.51
2.4	9	3	549.49	549.49	2141	615.22	649.61	1.12	1	0.51	0.51
2.7	9	3	549.49	549.49	2134	615.75	649.41	1.12	1	0.51	0.51
3.0	9	3	549.49	549.49	2129	615.07	648.45	1.12	1	0.51	0.51
3.6	9	3	549.49	549.49	2138	618.79	649.25	1.13	1	0.51	0.51
4.2	9	3	549.49	549.49	2119	617.17	649.39	1.12	1	0.51	0.51
4.5	9	3	549.49	549.49	2118	622.64	649.31	1.13	1	0.51	0.51
5.1	9	3	549.49	549.49	2117	613.25	649.43	1.12	1	0.51	0.51
6.0	9	3	549.49	549.49	2116	615.83	649.46	1.12	1	0.51	0.51
8.0	9	3	549.49	549.49	2117	623.94	649.45	1.14	1	0.51	0.51
10.0	9	3	549.49	549.49	2122	626.39	649.48	1.14	1	0.51	0.51

Tabela 3.7: Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com  $n = 8$  e  $t = 1 \text{ mm}$ .

$L$ [m]	$t$ [mm]	Classe da secção	$M_{Rd,el}^{EC3}$ [kNm]	$M_{Rd,eff}^{EC3}$ [kNm]	$M_{cr}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd,s/imperf.}^{ADINA}$ [kNm]	$\chi^{ADINA}$	$\chi^{EC3}$	$\bar{\lambda}_{el}$	$\bar{\lambda}_{eff}$
0.3	1	4	63.24	20.35	6.59	37.57	39.39	0.59	0.32	3.10	1.76
0.6	1	4	63.24	20.35	5.43	29.32	29.58	0.46	0.32	3.41	1.94
0.9	1	4	63.24	20.35	5.08	28.01	28.49	0.44	0.32	3.53	2.00
1.2	1	4	63.24	20.35	4.99	28.68	28.39	0.45	0.32	3.56	2.02
1.5	1	4	63.24	20.35	4.94	28.12	28.88	0.44	0.32	3.58	2.03
1.8	1	4	63.24	20.35	4.91	25.37	27.73	0.40	0.32	3.59	2.04
2.1	1	4	63.24	20.35	4.90	26.19	27.65	0.41	0.32	3.59	2.04
2.4	1	4	63.24	20.35	4.88	27.33	27.66	0.43	0.32	3.60	2.04
2.7	1	4	63.24	20.35	4.88	26.25	27.60	0.42	0.32	3.60	2.04
3.0	1	4	63.24	20.35	4.87	26.42	27.10	0.42	0.32	3.60	2.04
3.6	1	4	63.24	20.35	4.86	26.51	27.07	0.42	0.32	3.61	2.05
4.2	1	4	63.24	20.35	4.86	25.98	25.94	0.42	0.32	3.61	2.05
4.5	1	4	63.24	20.35	4.86	26.03	29.04	0.41	0.32	3.61	2.05
5.1	1	4	63.24	20.35	4.86	26.08	26.14	0.41	0.32	3.61	2.05
6.0	1	4	63.24	20.35	4.85	26.07	26.01	0.41	0.32	3.61	2.05
8.0	1	4	63.24	20.35	4.85	26.06	23.01	0.41	0.32	3.61	2.05
10.0	1	4	63.24	20.35	4.85	26.02	26.18	0.41	0.32	3.61	2.05

Tabela 3.8: Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com  $n = 8$  e  $t = 2 \text{ mm}$ .

$L$ [m]	$t$ [mm]	Classe da secção	$M_{Rd,el}^{EC3}$ [kNm]	$M_{Rd,eff}^{EC3}$ [kNm]	$M_{cr}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd,s/imperf.}^{ADINA}$ [kNm]	$\chi^{ADINA}$	$\chi^{EC3}$	$\bar{\lambda}_{el}$	$\bar{\lambda}_{eff}$
0.3	2	4	126.49	71.97	48796	71.73	102.61	0.57	0.57	0.05	0.04
0.6	2	4	126.49	71.97	43.36	87.04	104.40	0.69	0.57	1.71	1.29
0.9	2	4	126.49	71.97	40.58	82.90	100.81	0.66	0.57	1.77	1.33
1.2	2	4	126.49	71.97	39.87	81.50	81.24	0.64	0.57	1.78	1.34
1.5	2	4	126.49	71.97	39.45	80.03	81.26	0.63	0.57	1.79	1.35
1.8	2	4	126.49	71.97	39.23	78.43	82.09	0.62	0.57	1.80	1.35
2.1	2	4	126.49	71.97	39.11	80.17	82.39	0.63	0.57	1.80	1.36
2.4	2	4	126.49	71.97	39.01	79.49	81.36	0.63	0.57	1.80	1.36
2.7	2	4	126.49	71.97	38.96	79.11	81.07	0.63	0.57	1.80	1.36
3.0	2	4	126.49	71.97	38.90	79.33	80.62	0.63	0.57	1.80	1.36
3.6	2	4	126.49	71.97	38.85	79.21	78.24	0.63	0.57	1.80	1.36
4.2	2	4	126.49	71.97	38.81	78.74	80.48	0.62	0.57	1.81	1.36
4.5	2	4	126.49	71.97	38.79	78.49	80.07	0.62	0.57	1.81	1.36
5.1	2	4	126.49	71.97	38.77	78.62	80.04	0.62	0.57	1.81	1.36
6.0	2	4	126.49	71.97	38.74	78.63	79.62	0.62	0.57	1.81	1.36
8.0	2	4	126.49	71.97	38.71	79.74	78.03	0.63	0.57	1.81	1.36
10.0	2	4	126.49	71.97	38.71	82.11	80.49	0.65	0.57	1.81	1.36

### 3.3. Resultados

Tabela 3.9: Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com  $n = 8$  e  $t = 4$  mm.

$L$ [m]	$t$ [mm]	Classe da secção	$M_{Rd,el}^{EC3}$ [kNm]	$M_{Rd,eff}^{EC3}$ [kNm]	$M_{cr}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd,s/imperf.}^{ADINA}$ [kNm]	$\chi^{ADINA}$	$\chi^{EC3}$	$\bar{\lambda}_{el}$	$\bar{\lambda}_{eff}$
0.3	4	4	252.98	221.55	111635	249.37	280.29	0.99	0.88	0.05	0.04
0.6	4	4	252.98	221.55	54347	219.27	263.26	0.87	0.88	0.07	0.06
0.9	4	4	252.98	221.55	322.80	245.58	261.27	0.97	0.88	0.89	0.83
1.2	4	4	252.98	221.55	317.20	232.91	259.78	0.92	0.88	0.89	0.84
1.5	4	4	252.98	221.55	313.80	232.33	261.97	0.92	0.88	0.90	0.84
1.8	4	4	252.98	221.55	312.10	231.43	260.01	0.91	0.88	0.90	0.84
2.1	4	4	252.98	221.55	311.20	230.90	258.16	0.91	0.88	0.90	0.84
2.4	4	4	252.98	221.55	310.40	230.12	258.88	0.91	0.88	0.90	0.84
2.7	4	4	252.98	221.55	310.00	229.55	258.53	0.91	0.88	0.90	0.85
3.0	4	4	252.98	221.55	309.60	229.91	258.91	0.91	0.88	0.90	0.85
3.6	4	4	252.98	221.55	309.10	228.85	256.45	0.91	0.88	0.90	0.85
4.2	4	4	252.98	221.55	308.80	228.17	254.67	0.90	0.88	0.91	0.85
4.5	4	4	252.98	221.55	308.70	228.30	260.51	0.90	0.88	0.91	0.85
5.1	4	4	252.98	221.55	308.60	228.65	256.08	0.90	0.88	0.91	0.85
6.0	4	4	252.98	221.55	308.40	229.83	255.59	0.91	0.88	0.91	0.85
8.0	4	4	252.98	221.55	308.30	234.62	257.02	0.93	0.88	0.91	0.85
10.0	4	4	252.98	221.55	308.10	238.69	257.21	0.94	0.88	0.91	0.85

Tabela 3.10: Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3 e registados no ADINA, com e sem imperfeições geométricas, para secções transversais com  $n = 8$  e  $t = 9$  mm.

$L$ [m]	$t$ [mm]	Classe da secção	$M_{Rd,el}^{EC3}$ [kNm]	$M_{Rd,eff}^{EC3}$ [kNm]	$M_{cr}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd}^{ADINA}$ [kNm]	$M_{Rd,s/imperf.}^{ADINA}$ [kNm]	$\chi^{ADINA}$	$\chi^{EC3}$	$\bar{\lambda}_{el}$	$\bar{\lambda}_{eff}$
0.3	9	3	569.18	569.18	228018	653.88	705.62	1.15	1	0.05	0.05
0.6	9	3	569.18	569.18	228413	590.06	699.55	1.04	1	0.05	0.05
0.9	9	3	569.18	569.18	3564	699.63	696.75	1.23	1	0.40	0.40
1.2	9	3	569.18	569.18	3503	675.54	692.79	1.19	1	0.40	0.40
1.5	9	3	569.18	569.18	3466	671.81	690.49	1.18	1	0.41	0.41
1.8	9	3	569.18	569.18	3446	683.35	689.06	1.20	1	0.41	0.41
2.1	9	3	569.18	569.18	3434	666.46	689.20	1.17	1	0.41	0.41
2.4	9	3	569.18	569.18	3425	667.86	692.03	1.17	1	0.41	0.41
2.7	9	3	569.18	569.18	3419	669.30	690.85	1.18	1	0.41	0.41
3.0	9	3	569.18	569.18	3414	671.21	690.03	1.18	1	0.41	0.41
3.6	9	3	569.18	569.18	3408	675.74	689.60	1.19	1	0.41	0.41
4.2	9	3	569.18	569.18	3405	675.28	690.04	1.19	1	0.41	0.41
4.5	9	3	569.18	569.18	3404	675.75	689.84	1.19	1	0.41	0.41
5.1	9	3	569.18	569.18	3396	675.30	689.88	1.19	1	0.41	0.41
6.0	9	3	569.18	569.18	3397	678.16	689.80	1.19	1	0.41	0.41
8.0	9	3	569.18	569.18	3400	677.40	689.90	1.19	1	0.41	0.41
10.0	9	3	569.18	569.18	3404	671.09	689.92	1.18	1	0.41	0.41

Verificou-se que em nenhum dos casos os valores do momento máximo registados no ADINA igualaram os calculados de acordo com o Eurocódigo 3, sendo sempre substancialmente superiores. No caso de tubos poligonais com seis lados, os valores de  $M_{Rd}^{ADINA}$  relativamente aos de  $M_{Rd,eff}^{EC3}$  são, em média, 32, 18, 13 e 14% superiores para as espessuras de 1, 2, 4 e 9 mm, respetivamente. Por sua vez, para o caso de tubos poligonais com oito lados, os valores são em média 35, 11, 5 e 18% superiores para as espessuras indicadas respetivamente. Estes resultados demonstram que o Eurocódigo 3 está bastante do lado da segurança para secções poligonais com seis e oito lados, mesmo não contemplando o efeito da distorção da secção.

Os resultados superiores registados no ADINA devem-se ao facto de o Eurocódigo 3 considerar o fenómeno de encurvadura local em placas como o agente condicionante da resistência à flexão deste tipo perfis. A resistência é calculada com base na encurvadura local das paredes individuais, como se estivessem simplesmente apoiadas em dois bordos opostos, não traduzindo portanto a interação entre paredes adjacentes, a qual conduz a um comportamento mais rígido da secção. Conforme se observa dos resultados obtidos, assumir que as paredes

### Capítulo 3. Resistência à flexão de tubos poligonais regulares de parede fina

estão simplesmente apoiadas conduz a uma significativa margem de segurança, que mantém os valores do momento fletor resistente abaixo dos obtidos com os modelos de elementos finitos.

Estas observações sugerem que, ao aumentar o número de lados de uma secção transversal poligonal esta apresentará menos vulnerabilidade perante o fenómeno de encurvadura local mas poderá ser mais suscetível ao efeito de Brazier. A abordagem de cálculo do Eurocódigo 3 também explica o facto de se observar a diminuição da diferença entre os resultados do ADINA e do Eurocódigo 3 com a diminuição da esbelteza das paredes, uma vez que o efeito de encurvadura local tende a ser menos pronunciado.

Foi possível observar, para ambas as geometrias de tubos analisadas, que os valores de momento fletor máximos registados no ADINA com e sem imperfeições geométricas são, no caso das secções com espessuras de 1, 2 e 9 mm, bastante próximos uns dos outros, apresentando uma diferença média aproximada entre 4 e 8%. Nas secções com espessuras de 4 mm verificou-se uma diferença média maior, situada na ordem dos 12%.

De forma a permitir analisar melhor a variação dos valores do momento máximo em função do comprimento  $L$  dos tubos, construíram-se representações gráficas, com linhas de tendência logarítmica, da relação entre o fator de redução  $\chi^{ADINA}$  e o comprimento  $L$  para cada uma das espessuras analisadas (ver Figuras 3.21 a 3.28). Através desta relação é possível observar, e confirmar, que para as secções com espessuras de 1 e 2 mm a resistência à flexão real é bastante inferior à resistência à flexão obtida assumindo uma secção transversal “bruta” ( $M_{Rd,el}^{EC3}$ ), ou seja, o fator de redução é bastante inferior a 1. Verifica-se que para as secções com espessuras de 1 e 2 mm o fator de redução situa-se entre 0,3 e 0,6, para tubos poligonais com seis lados, e entre 0,4 e 0,7 para tubos poligonais com oito lados. Para as secções transversais com espessuras de 4 e 9 mm isso já não se verifica, uma vez que os resultados de  $M_{Rd}^{ADINA}$  obtidos são idênticos aos valores de  $M_{Rd,el}^{EC3}$ , sendo até superiores nas secções com 9 mm de espessura para ambas as geometrias de tubos analisadas. Esta constatação encontra-se resumida nas Figuras 3.29 e 3.30, onde através da relação entre o fator de redução  $\chi$  e a esbelteza  $\bar{\lambda}$ , verifica-se que, quanto maior for a esbelteza da secção transversal, mais nos afastamos da resistência da secção “bruta”  $M_{Rd,el}^{EC3}$ , representada pelo valor unitário de  $\chi$ .

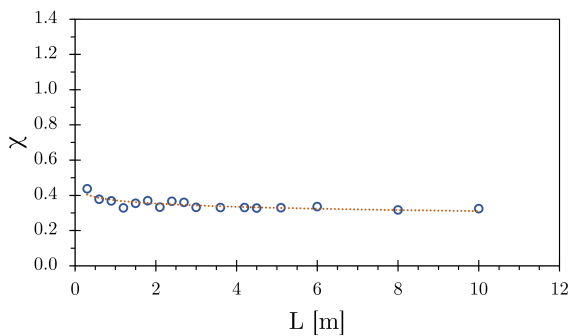


Figura 3.21: Gráfico fator de redução/comprimento para  $n = 6$ ,  $b = 0,3$  m e  $t = 1$  mm.

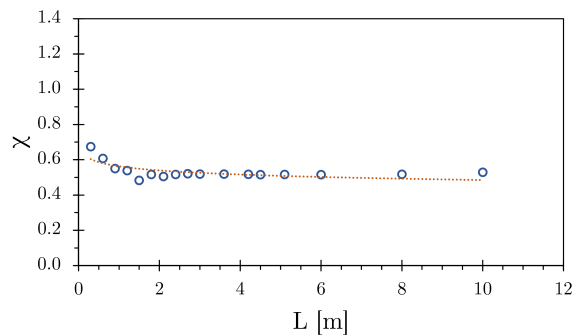


Figura 3.22: Gráfico fator de redução/comprimento para  $n = 6$ ,  $b = 0,3$  m e  $t = 2$  mm.



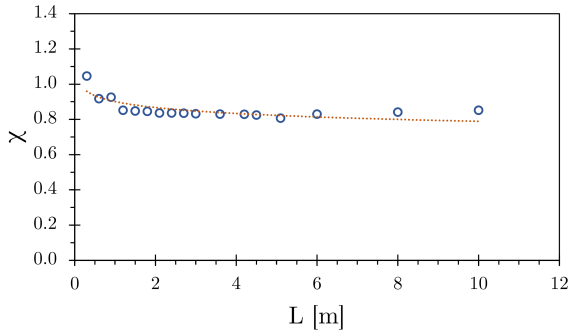


Figura 3.23: Gráfico fator de redução/comprimento para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$  e  $t = 4 \text{ mm}$ .

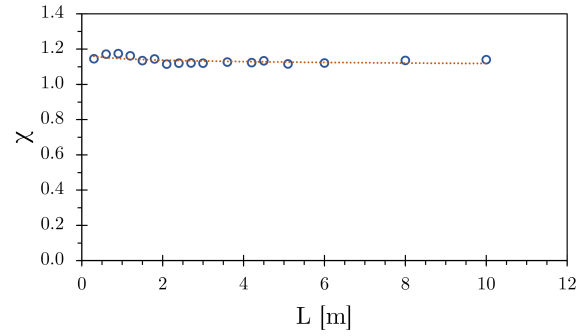


Figura 3.24: Gráfico fator de redução/comprimento para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$  e  $t = 9 \text{ mm}$ .

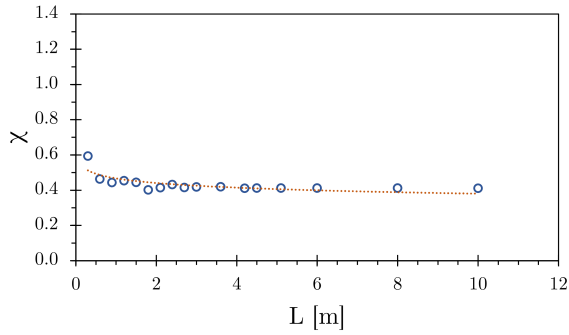


Figura 3.25: Gráfico fator de redução/comprimento para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$  e  $t = 1 \text{ mm}$ .

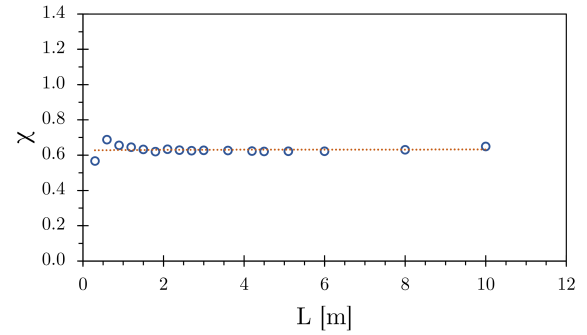


Figura 3.26: Gráfico fator de redução/comprimento para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$  e  $t = 2 \text{ mm}$ .

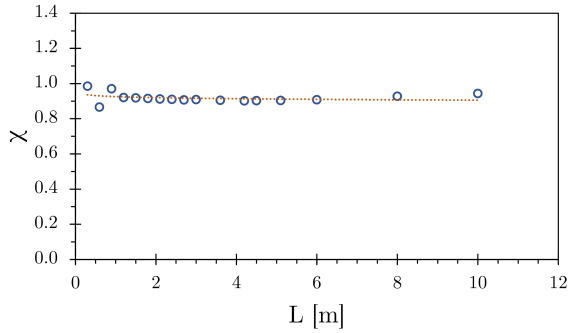


Figura 3.27: Gráfico fator de redução/comprimento para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$  e  $t = 4 \text{ mm}$ .

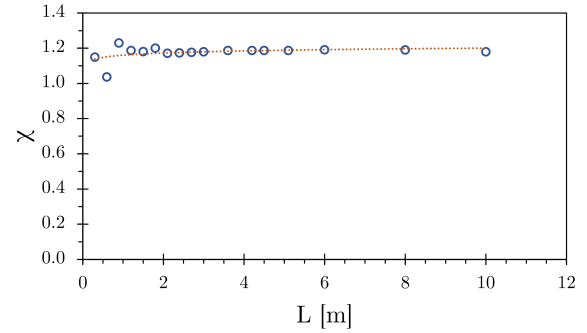


Figura 3.28: Gráfico fator de redução/comprimento para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$  e  $t = 9 \text{ mm}$ .

Ao analisar globalmente os gráficos representativos da relação entre o fator de redução  $\chi^{ADINA}$  e o comprimento  $L$  (ver Figuras 3.21 a 3.28), verifica-se que estes se mantêm globalmente constantes, não existindo uma tendência decrescente marcada. Esta tendência (diminuição progressiva da resistência com o aumento do comprimento) revelaria a manifestação do efeito da distorção da secção para efeitos de resistência, dado que se sabe que o efeito da encurvadura local praticamente não varia com o comprimento do tubo.

Após agrupar os resultados obtidos, verificou-se que estes não seguem uma tendência geral totalmente linear. Este pormenor é visível nos gráficos das Figuras 3.21 a 3.28, que apresentam

### Capítulo 3. Resistência à flexão de tubos poligonais regulares de parede fina

oscilações pontuais nos resultados devido à própria variação dos valores de momento crítico. Estes valores dependem da geometria da secção e, consequentemente, da distribuição das semi-ondas formadas nas placas devido à encurvadura local. Por sua vez, em algumas análises de tubos com comprimentos curtos, obtiveram-se valores do momento crítico bastante superiores aos esperados. Estes valores resultaram do efeito de restrição causado pelos diafragmas rígidos colocados no topo dos tubos. Nas Figuras 3.29 e 3.30 os pontos isolados, principalmente presentes na zona de esbeltezas bastante reduzidas, resultaram deste efeito.

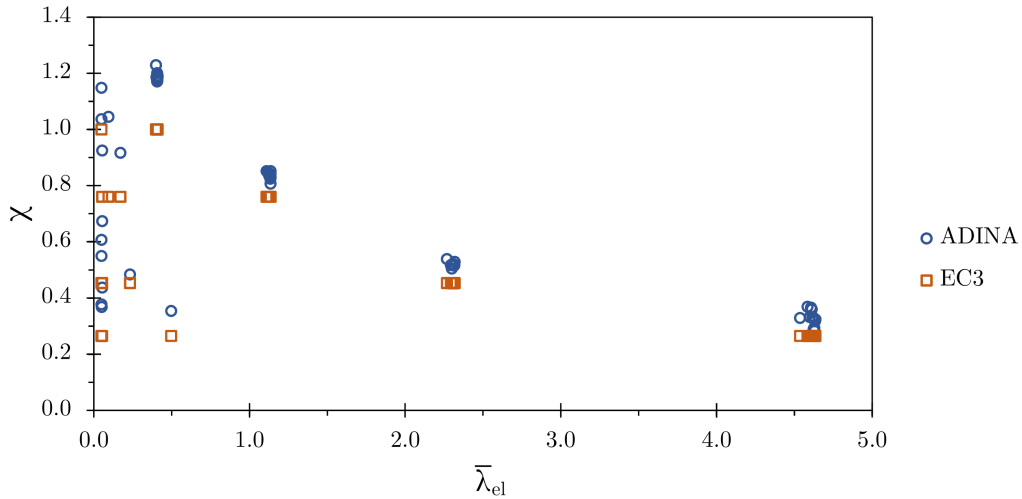


Figura 3.29: Gráfico fator de redução/esbelteza normalizada dos resultados registados no ADINA e calculados através do EC3 para  $n = 6$ .

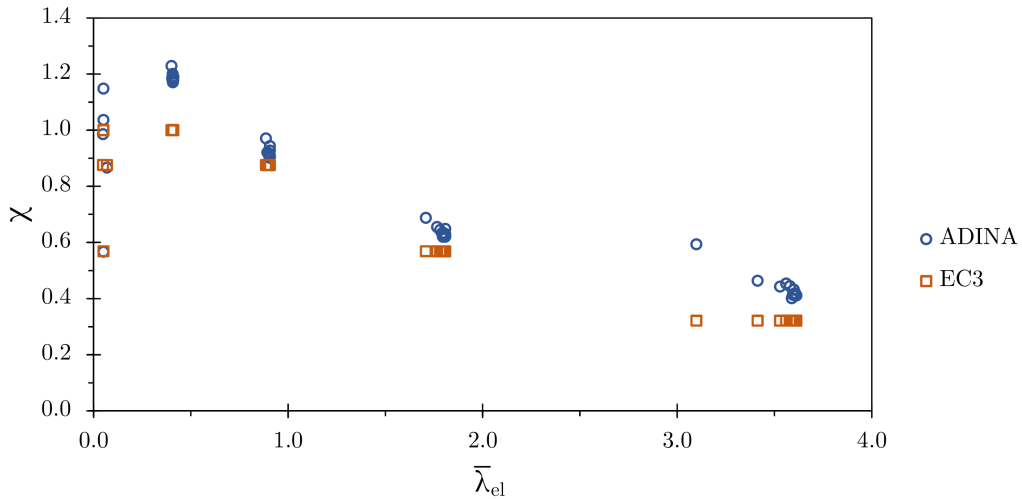


Figura 3.30: Gráfico fator de redução/esbelteza normalizada dos resultados registados no ADINA e calculados através do EC3 para  $n = 8$ .

Apesar de não se ter verificado a influência do efeito de Brazier na resistência dos tubos analisados, este manifestou-se no seu comportamento. Através da análise e comparação entre as deformadas resultantes das ANLs (e.g. Figuras 3.32 e 3.34) e os respectivos modos de instabilidade obtidos pelas ALEs (e.g. Figuras 3.31 e 3.33), verifica-se que existe uma deformação transversal, sob forma de flexão, da parede inferior da secção no local do “vinco”. Nos modos de instabilidade, tal como se pode observar, não ocorre esta flexão transversal dado que esta parede inferior se encontra sempre sob esforços de tracção. A deformação transversal desta parede resulta assim da distorção da secção transversal do tubo, por efeito de Brazier. Também é possível identificar a influência do efeito de Brazier no comportamento dos tubos através dos gráficos representativos da relação momento fletor-rotação. Observando os gráficos da relação momento fletor-rotação obtidos através das ANLs (ver Anexo B) verifica-se que a manifestação do fenómeno “snap-back”, característico do efeito de Brazier como já referido, aumenta e torna-se mais perceptível com o aumento do comprimento e do número de lados do tubo.

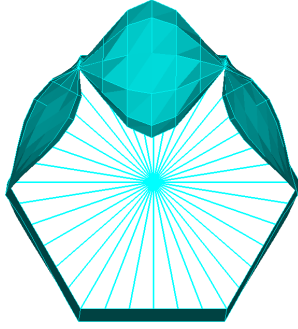


Figura 3.31: Representação em corte, no local do “vinco”, do modo de instabilidade para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 4,2 \text{ m}$ .

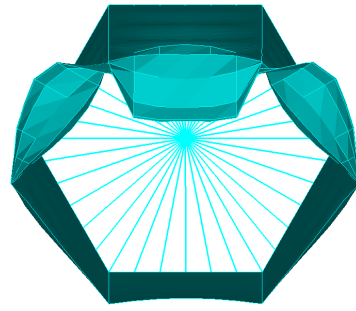


Figura 3.32: Representação em corte, no local do “vinco”, da deformação resultante da ANL para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 4,2 \text{ m}$ .

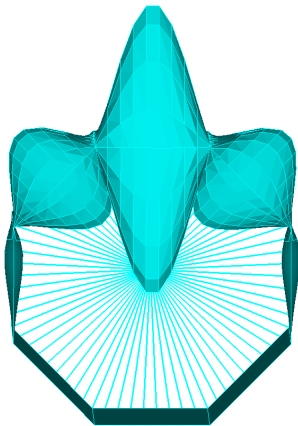


Figura 3.33: Representação em corte, no local do “vinco”, do modo de instabilidade para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 4,2 \text{ m}$ .

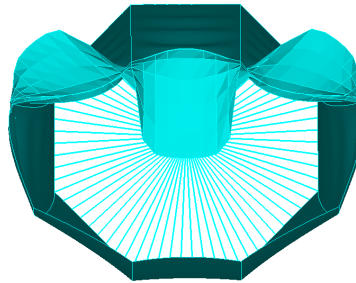


Figura 3.34: Representação em corte, no local do “vinco”, da deformação resultante da ANL para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 4,2 \text{ m}$ .

### Capítulo 3. Resistência à flexão de tubos poligonais regulares de parede fina

Resumindo, observou-se que os valores do momento máximo registados no ADINA são sempre superiores aos fornecidos pelo Eurocódigo 3 e que as imperfeições geométricas são mais influentes nos tubos de esbelteza intermédia, nomeadamente os de 4 mm. Nos tubos de elevada esbelteza, existe uma diferença acentuada entre a resistência da sua secção transversal “bruta” e efetiva. Não se verificou um decréscimo de resistência com o aumento do comprimento dos tubos, manifestando a influência do efeito de Brazier na resistência. No entanto, a influência do efeito de Brazier no comportamento do tubo pôde ser observada na flexão transversal da parede traccionada e no aumento da manifestação do fenómeno “snap-back” com o aumento do comprimento e do número de lados do tubo.

#### 3.3.2 Comparação com os resultados da expressão analítica de Brazier

Como referido no subcapítulo 1.2.5, Brazier (1927) estabeleceu, pela primeira vez, uma relação não-linear entre o momento fletor aplicado num tubo de secção circular e a curvatura do mesmo. Esta relação resultou numa expressão analítica que determina o momento máximo a partir do qual ocorre o colapso por ovalização (equação 1.14). Apesar desta expressão analítica ser válida apenas para tubos de secção circular, permite-nos fazer uma análise comparativa, de um ponto de vista qualitativo, com o caso de tubos poligonais regulares.

Tabela 3.11: Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3, para secções transversais com  $n = 6$ , e obtidos através da expressão de Brazier.

$t$	$M_{Rd,eff}^{EC3}$	$M_{Rd}^{ADINA}$	$M_{Rd}^{Brazier}$	$\frac{M_{Rd,eff}^{EC3}}{M_{Rd}^{Brazier}}$	$\frac{M_{Rd}^{ADINA}}{M_{Rd}^{Brazier}}$
[mm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]		
1	16.15	19.78	65.20	0.25	0.30
2	55.28	64.58	260.81	0.21	0.25
4	185.61	207.98	1043.26	0.18	0.20
9	549.49	626.39	5281.50	0.10	0.12

Tabela 3.12: Momentos fletores resistentes calculados de acordo com o EC3, para secções transversais com  $n = 8$ , e obtidos através da expressão de Brazier.

$t$	$M_{Rd,eff}^{EC3}$	$M_{Rd}^{ADINA}$	$M_{Rd}^{Brazier}$	$\frac{M_{Rd,eff}^{EC3}}{M_{Rd}^{Brazier}}$	$\frac{M_{Rd}^{ADINA}}{M_{Rd}^{Brazier}}$
[mm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]		
1	20.35	26.02	65.20	0.31	0.40
2	71.97	82.11	260.81	0.28	0.31
4	221.55	238.69	1043.26	0.21	0.23
9	569.18	671.09	5281.50	0.11	0.13

Nas Tabelas 3.11 e 3.12 encontram-se representados os valores do momento máximo obtido através do Eurocódigo 3, para as secções transversais analisadas no presente capítulo, os valores médios registados no ADINA, bem como os valores de momento máximo resultante da expressão analítica de Brazier ( $M_{Rd}^{Brazier}$ ).

Apesar de não ser possível quantificar a relação dos valores resistentes dos tubos poligonais com os valores de Brazier, tiraram-se algumas conclusões.

De uma forma geral verificou-se que, tanto os valores de  $M_{Rd,eff}^{EC3}$  como de  $M_{Rd}^{ADINA}$ , se encontram longe dos valores que causaram o colapso do tubo devido ao efeito de distorção da secção. No entanto constata-se que o aumento da esbelteza e do número de lados do tubo resulta numa aproximação aos valores da expressão analítica de Brazier. Regista-se, de uma forma geral, uma diminuição das relações entre  $M_{Rd,eff}^{EC3}$ ,  $M_{Rd}^{ADINA}$  e  $M_{Rd}^{Brazier}$  com a diminuição da esbelteza das paredes do tubo, tal como esperado.



## Capítulo 4

# Conclusões e desenvolvimentos futuros

### 4.1 Conclusões

Na presente dissertação estudou-se o comportamento de tubos metálicos de secção transversal poligonal regular sujeitos a esforços de flexão. As principais conclusões que foram possíveis retirar da análise dos resultados obtidos neste trabalho podem ser resumidas da seguinte forma:

- Através da análise dos gráficos da relação momento fletor-rotação, verifica-se que o comportamento de tubos poligonais caracteriza-se pela ocorrência de um momento limite.
- Verifica-se que, perto do momento fletor limite ser atingido, a secção transversal sofre deformação sob a forma de um achatamento progressivo, originando um “vinco” pronunciado semelhante ao descrito por Brazier (1927).
- Os valores do momento resistente obtidos nas análises numéricas foram sempre superiores aos calculados pelo Eurocódigo 3, confirmando que este se encontra bastante do lado da segurança, mesmo não contemplando o efeito de distorção da secção.
- O efeito de Brazier tem pouca influência na resistência à flexão de tubos poligonais regulares até oito lados; no entanto, observa-se deformação transversal da parede inferior, que se encontra totalmente sob tracção, e regista-se um aumento do fenómeno de “snap-back” perante o aumento do comprimento e do número de lados do tubo.
- Possivelmente, secções transversais poligonais com maior número de lados apresentam uma maior vulnerabilidade perante o efeito de distorção da secção, dado que o efeito de encurvadura local é menos pronunciado nesses casos.

### 4.2 Desenvolvimentos futuros

Face ao trabalho desenvolvido e descrito no presente documento, considera-se haver margem e necessidade para aprofundar o estudo do efeito de distorção da secção em tubos de secção transversal poligonal regular sob flexão.

Tendo em conta que apenas se estudaram secções transversais poligonais regulares com seis e oito lados, será importante investigar secções com um maior número de lados uma vez que se prevê que tenham maior rigidez à encurvadura local e, conseqüentemente, maior vulnerabilidade ao efeito de distorção da secção. Propõe-se também, paralelamente, a análise

## Capítulo 4. Conclusões e desenvolvimentos futuros

---

de secções transversais poligonais regulares com esbeltezas superiores às estudadas, uma vez que as secções transversais mais esbeltas, aparentemente, têm valores de momento resistente mais próximos dos valores que causarão o colapso do tubo devido ao efeito de distorção.



# Bibliografia

- Allen, D., 2006. *History of Cold Formed Steel*. Structure Magazine, 11, 28-32.
- Bathe K. J., 2010. *ADINA system 8.7*. ADINA R&G Inc.
- Beer, F. P., Jr., E. R. J., Mazurek, D. F., Cornwell, P. J. e Eisenberg, E. R., 2010. *Vector mechanics for engineers: Statics and Dynamics*, Ninth Edition. McGraw-Hill Companies, Inc., Nova Iorque, Estados Unidos.
- Brazier, L. G., 1927. *On the Flexure of Thin Cylindrical Shells and Other "Thin" Sections*. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 116(773), 104-114.
- Bräutigam, K., Knoedel, P. e Ummenhofer, T., 2017. *Plastic behaviour of polygonal hollow sections in bending*. Steel Construction, 10(3), 222-226.
- Carnegie A., 1902. *The Empire of Business*. Doubleday, Page & Co., Nova Iorque, Estados Unidos.
- CEN, 2005a. *EN 1993 Eurocode 3: Design of steel structures*. Comité Européen de Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CEN, 2005b. *EN 1993 Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Comité Européen de Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CEN, 2006. *EN 1993 Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1-5: Plated structural elements*. Comité Européen de Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CEN, 2010. *NP EN 1993-1-1 Eurocódigo 3: Projecto de estruturas de aço, Part 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. Comité Européen de Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- CEN, 2012. *NP EN 1993-1-1 Eurocódigo 3: Projecto de estruturas de aço, Part 1-5: Elementos estruturais constituídos por placas*. Comité Européen de Normalização, Bruxelas, Bélgica.
- Couto, C., Vila Real, P., Lopes, N. e Zhao, B., 2014. *Effective width method to account for the local buckling of steel thin plates at elevated temperatures*. Thin-Walled Structures, 84, 134-149.
- Davies J.M., 2000. *Recent research in cold-formed steel structures*. Journal of Constructional Steel Research, 55(1-3), 267-288.
- Dowling, P. J., 1990. *New directions in European structural steel design*. Journal of Constructional Steel Research, 17(1), 113-140.
- Dowling, P. J. e Burgan, B. A., 1997. *Steel structures in the new millennium*. Statyba, 3(12), 5-19.

## Bibliografia

---

- Fabian, O., 1977. *Collapse of cylindrical, elastic tubes under combined bending, pressure and axial loads*. International Journal of Solids and Structures, 13, 1257-1270.
- Gonçalves, R. e Camotim, D., 2013a. *Buckling behaviour of thin-walled regular polygonal tubes subjected to bending or torsion*. Thin-Walled Structures, 73, 185-197.
- Gonçalves, R. e Camotim, D., 2013b. *Elastic buckling of uniformly compressed thin-walled regular polygonal tubes*. Thin-Walled Structures, 71, 35-45.
- Gonçalves, R. e Camotim, D., 2013c. *On the behaviour of thin-walled steel regular polygonal tubular members*. Thin-Walled Structures, 62, 191-205.
- Gonçalves, R. e Camotim, D., 2014. *The vibration behaviour of thin-walled regular polygonal tubes*. Thin-Walled Structures, 84, 177-188.
- Hancock G.J., Murray T.M. e Ellifritt D.S., 2001. *Cold-Formed Steel Structures to the AISI Specification*. Marcel Dekker, Nova Iorque, Estados Unidos.
- Houliara, S. e Karamanos, S.A., 2006. *Buckling and post-buckling of pressurized thinwalled elastic tubes under in-plane bending*. International Journal of Nonlinear Mechanics, 41(4), 491-511.
- Houliara, S. e Karamanos, S. A., 2010. *Stability of long transversely-isotropic elastic cylindrical shells under bending*. International Journal of Solids and Structures, 47, 10-24.
- Jensen, F. M., Weaver, P. M., Cecchini, L. S., Stang, H. e Nielsen, R. F., 2012. . *The Brazier effect in wind turbine blades and its influence on design*. Wind Energy, 15, 319-333.
- Kabanda, J. S. e MacDougall, C., 2016. *Optimization of a polygonal hollow structural steel section in the elastic region*. Resilient Infrastructure, Queen's University, Canada.
- Kabanda, J. S. e MacDougall., 2017. *Comparison of the moment rotation capacities of rectangular and polygonal hollow sections*. Journal of Constructional Steel Research, 137, 66-76.
- Karamanos, S.A., 2002. *Bending instabilities of elastic tubes*. International Journal of Solids and Structures, 39(8), 2059-2085.
- Kim, S. J., Shin, J. W., Kim, H., Kim, T. e Kim, S., 2016. *The modified Brazier approach to predict the collapse load of a stiffened circular composite spar under bending load*. Aerospace Science and Technology, 55, 474-481.
- Luongo, A., Zulli, D. e Scognamiglio, I., 2018. *The Brazier effect for elastic pipe beams with foam cores*. Thin-Walled Structures, 124, 72-80.
- Patrício, T., 2012. *Análise de vigas de secção fechada em losango de parede fina sob flexão*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal.
- Reis, A. e Camotim, D., 2001. *Estabilidade Estrutural*. McGraw-Hill Portugal, Lda., Amadora, Portugal.
- Reissner, E., 1959. *On finite bending of pressurized tubes*. Journal of Applied Mechanics, ASME 26, 386-392.
- Rehren, T., Belgya, T., Jambon, A., Káli, G., Kasztovszky, Z., Kis, Z., Kovács, I., Maróti, B., Martínón-Torres, M., Miniaci, G., Pigott, V., Radivojević, M., Rosta, L., Szentmiklósi,

- L. e Szökefalvi-Nagy, Z., 2013. *5,000 years old Egyptian iron beads made from hammered meteoritic iron*. Journal of Archaeological Science, 40(12), 4785-4792.
- Rondal, J., Würker, K. G., Dutta, D., Wardenier, J. e Yeomans, N., 1992. *Structural stability of hollow sections*. Verlag TÜV Rheinland GmbH, Köln, Alemanha.
- Segui W.T., 2007. *Steel Design*, Fourth Edition. Nelson-Thomas Canada Ltd., Toronto, Canadá.
- Silvestre N. e Camotim D., 2002. *First-order generalised beam theory for arbitrary orthotropic materials*. Thin-Walled Structures, 40(9), 755-789.
- Steel Market Development Institute (SMDI) , 2010. *Cold-Formed Steel in Building Construction*. Cold-Formed Steel Profile, Washington D.C., Estados Unidos.
- Tatting, B. F., Gürdal, Z. e Vasiliev, V. V., 1997. *The brazier effect for finite length composite cylinders under bending*. International Journal of Solids and Structures, 34(12), 1419-1440.
- Trahair, N. S., Bradford, M. A., Nethercot, D. A. e Gardner, L., 2008. *The Behaviour and Design of Steel Structures to EC3*, Fourth Edition. Taylor & Francis, Londres, Inglaterra.
- von Kármán T., Sechler E.E. e Donnell L.H., 1932. *The strength of thin plates in compression*. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 54, 53-57.
- Wadee, M. K., Wadee, M. A., Bassom, A. P. e Aigner, A. A., 2006. *Longitudinally inhomogeneous deformation patterns in isotropic tubes under pure bending*. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 462(2067), 817-838.
- Walker R.D., 2012. *Iron Processing*. Encyclopaedia Britannica Ultimate Reference Suite. Encyclopaedia Britannica Inc., Chicago, Estados Unidos.
- Wierzbicki, T. e Sinmao, M. V., 1997. *A simplified model of Brazier effect in plastic bending of cylindrical tubes*. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 71(1), 19-28.
- Wilkinson, T., 1999. *The plastic behavior of cold-formed rectangular hollow sections*. Tese de Doutorado, Department of Civil Engineering, The University of Sydney, Australia.
- Yu, W. W., 1999. *Cold-Formed Steel Structures*, Structural Engineering Handbook. CRC Press LLC, Boca Raton, Estados Unidos.
- Yu, W. W., 2000. *Cold-Formed Steel Design*, Third Edition. John Wiley & Sons, Inc, Nova Iorque, Estados Unidos.



## Anexo A

# Programa em MATLAB para o cálculo das propriedades efetivas de secções poligonais regulares de Classe 4

```
function IEFF_MRD(n,r,t,fy)
disp(' ')
alfa=2*pi/n; %Ângulo entre paredes

b=2*r*sin(alfa/2); %Largura da parede

Inercia=((r^2)*b*n*t*(2+cos(2*pi/n)))/6; %Inércia inicial
disp(['Inércia Inicial= ' num2str(Inercia) ' ' 'm^4']);

Yg=r*cos(alfa/2); %Posição inicial da LN
disp(['Yg Inicial' ' = ' num2str(Yg) ' ' 'm']);

G=r*cos(alfa/2); %Centro geométrico da secção

Area=n*t*b; %Área
S=Yg*Area; %Momento estático
disp(['Área Inicial' ' = ' num2str(Area) ' ' 'm^2']);
disp(' ');

E=sqrt(235/fy); %Parâmetro relativo à tensão de cedência do aço

Pontos=zeros(n,2); %Matriz (nx2) com as coordenadas (x,y) dos
    vértices da secção, com origem em G

Pontos(1,1)=cos((pi/2)+(alfa/2))*r; %Coordenadas (X,Y) do ponto
    1
Pontos(1,2)=(sin((pi/2)+(alfa/2))*r);

for i=2:n %Coordenadas dos restantes pontos
    Pontos(n-i+2,1)=cos((pi/2)+(alfa/2)+alfa*(i-1))*r;
```

## Anexo A. Programa em MATLAB para o cálculo das propriedades efetivas de secções poligonais regulares de Classe 4

---

```
Pontos(n-i+2,2)=sin((pi/2)+(alfa/2)+alfa*(i-1))*r;
end

InerciaBuracos=0; %Inércia dos troços "retirados", valor inicial
nulo
YgEFF=Yg; %Posição da LN da secção efetiva inicial, equivalente
a Yg
DIFYG=Yg; %Diferença inicial entre Yg e YgEFF definida como Yg
para que a primeira iteração seja feita
contador=0; %Criação da variável de contagem de iterações

while abs(DIFYG)>0.002 %Condição que garante a continuidade das
iterações até ser atingida uma alteração da posição da LN
menor que 2 mm

Yg=YgEFF; %Atualização de Yg no início de cada iteração
Aeff=Area; %Reset para valor inicial da variável
S=G*Area; %Reset para valor inicial da variável
InerciaBuracos=0; %Reset para valor inicial da variável

contador=contador+1 %Atualização do contador

for i=1:n %Inicio do ciclo de análise das paredes

%Cálculo da tensão nas extremidades da placa
if i==n %Caso específico para a última parede
sigma332=round((fy*((Pontos(i,2)+G-Yg)/(G+G-Yg))),6)
;
sigma331=round((fy*(Pontos(1,2)+G-Yg)/(G+G-Yg)),6);
else %Restantes paredes
sinicial=round((fy*((Pontos(i,2)+G-Yg)/(G+G-Yg))),6)
;
sfinal=round((fy*(Pontos(i+1,2)+G-Yg)/(G+G-Yg)),6);

%Definição das tensões para que a tensão de índice 1
corresponda sempre à de maior valor (EC3)
sigma331=max(sinicial,sfinal);
sigma332=min(sinicial,sfinal);
end

if sigma331<=0 && sigma332<=0 %Caso ambas as
extremidades se encontrem em tensão
p=1; %Coeficiente de redução unitário
Irem=0; %Não há redução do elemento
d=0;
disp(['Placa ' num2str(i) ' - ' 'p=' num2str(p) ' -
' 'd=' num2str(d) ' - ' 'Inércia Removida = '
num2str(Irem) ' - ' 'Inércia Removida Acumulada =
```

Anexo A. Programa em MATLAB para o cálculo das propriedades efetivas de seções poligonais regulares de Classe 4

---

```

        num2str(InerciaBuracos)]);

else %Caso contrário
    psi=sigma332/sigma331; %Cálculo da relação entre
        tensões
    psi=round(psi,6); %Arredondamento com 6 casas
        decimais para evitar erros computacionais quando o
        valor é zero

    if psi==1 %Caso a relação entre as tensões seja
        igual a 1, ambas as extremidades encontram-se em
        compressão

        ksigma=4; %Fator de encurvadura

        Lambda=(b/t)/(28.4*E*sqrt(ksigma)); %Esbelteza
            normalizada

        if Lambda<=0.5+sqrt(0.085-0.055*psi) %Condições
            da esbelteza para determinação de coeficiente
            de redução
            p=1;
        else
            p=(Lambda-0.055*(3+psi))/((Lambda)^2);
            if p>1
                p=1;
            else
                end
        end
    end

    beff=p*b; %Largura efetiva
    brem=b-beff; %Largura #removida"

    Aeff=Aeff-brem*t; %Atualização da área efetiva

    dd=max(Pontos(i,2),Pontos(i+1,2)); %Determinação
        da distância entre o centróide da área
        removida e a LN
    d=(dd+G);

    S=S-(brem*t*(d)); %Atualização do momento
        estático

    %Cálculo da inércia "removida"
    Irem((((brem*t^3)/12)+((brem^3*t)/12))/2)+((((
        brem*t^3)/12)-((brem^3*t)/12))/2)*cos(2*alfa*(
        i-1)))+(brem*t)*(d-G)^2);

```

Anexo A. Programa em MATLAB para o cálculo das propriedades efetivas de secções poligonais regulares de Classe 4

---

```
InerciaBuracos=InerciaBuracos+Irem; %Atualização
da inércia "removida"

disp(['Placa ' num2str(i) ' - ' 'p=' num2str(p)
' - ' 'd=' num2str(d) ' - ' 'Inércia Removida
= ' num2str(Irem) ' - ' 'Inércia Removida
Acumulada =' num2str(InerciaBuracos)]);

elseif psi<1 && psi>=0

    if psi==0
        ksigma=7.81;
    else
        ksigma=8.2/(1.05+psi);
    end

    if sigma331==round((fy),6)

        Lambda=(b/t)/(28.4*E*sqrt(ksigma));

    else
        LambdaCALC=(b/t)/(28.4*E*sqrt(ksigma));

        smax=max(Pontos(i,2),Pontos(i+1,2));

        Sigma=(smax+G-Yg)/(Pontos(1,2)+G-Yg); %
        Tensão no elemento placa em questão

        Lambda=LambdaCALC*(sqrt((Sigma*fy)/fy));
    end

    if Lambda<=0.5+sqrt(0.085-0.055*psi)
        p=1;
    else
        p=(Lambda-0.055*(3+psi))/((Lambda)^2);
        if p>1
            p=1;
        else
            end
        end
    end

    beff=p*b;
    brem=b-beff;
    be1=(2/(5-psi))*beff;

    Aeff=Aeff-brem*t;

    if i==n
```



Anexo A. Programa em MATLAB para o cálculo das propriedades efetivas de  
seções poligonais regulares de Classe 4

---

```

        d=(Pontos(1,2)+G)-abs((sin(alfa*(i-1)))*(be1
            +(brem/2)));
    else
        dd=max(Pontos(i,2),Pontos(i+1,2));
        d=(dd+G)-abs((sin(alfa*(i-1)))*(be1+(brem/2)
            ));
    end

    S=S-brem*t*(d);

    Irem=(((((brem*t^3)/12)+((brem^3*t)/12))/2)+(((
        brem*t^3)/12)-((brem^3*t)/12))/2*cos(2*alfa*(
        i-1)))+((brem*t)*(d-G)^2);
    InerciaBuracos=InerciaBuracos+Irem;

    disp(['Placa ' num2str(i) ' - ' 'p=' num2str(p)
        ' - ' 'd=' num2str(d) ' - ' 'Inércia Removida
        = ' num2str(Irem) ' - ' 'Inércia Removida
        Acumulada = ' num2str(InerciaBuracos)]);

elseif psi<0

    if psi < 0 && psi > -1
        ksigma=7.81-6.29*psi+9.78*(psi^2);

    elseif psi == -1
        ksigma=23.9;

    elseif -1 > psi && psi >= -3
        ksigma=5.98*(1-psi)^2;
    end

    if sigma331==round((fy),6)
        Lambda=(b/t)/(28.4*E*sqrt(ksigma));
    else
        LambdaCALC=(b/t)/(28.4*E*sqrt(ksigma));

        smax=max(Pontos(i,2),Pontos(i+1,2));

        Sigma=(smax+G-Yg)/(Pontos(1,2)+G-Yg); %
            Tensão no elemento placa em questão

        Lambda=LambdaCALC*(sqrt((Sigma*fy)/fy));
    end

    if Lambda<=0.5+sqrt(0.085-0.055*psi)
        p=1;
    else

```

## Anexo A. Programa em MATLAB para o cálculo das propriedades efetivas de secções poligonais regulares de Classe 4

---

```

        p=(Lambda-0.055*(3+psi))/((Lambda)^2);
        if p>1
            p=1;
        else
            end
        end

        bc=b/(1-psi);
        beff=p*bc;
        brem=bc-beff;
        be1=0.4*beff;

        Aeff=Aeff-brem*t;

        if i==n
            d=(Pontos(1,2)+G)-abs((sin(alfa*(i-1)))*(be1
                +(brem/2)));
            dd=Pontos(1,2);
        else
            dd=max(Pontos(i,2),Pontos(i+1,2));
            d=(dd+G)-abs((sin(alfa*(i-1)))*(be1+(brem/2)
                ));
        end

        S=S-brem*t*(d);

        Irem=(((((brem*t^3)/12)+((brem^3*t)/12))/2)+(((
            brem*t^3)/12)-((brem^3*t)/12))/2*cos(2*alfa*(
            i-1)))+((brem*t)*(d-G)^2);
        InerciaBuracos=InerciaBuracos+Irem;

        disp(['Placa ' num2str(i) ' - ' 'p=' num2str(p)
            ' - ' 'd=' num2str(d) ' - ' 'Inércia Removida
            = ' num2str(Irem) ' - ' 'Inércia Removida
            Acumulada = ' num2str(InerciaBuracos)]);

    end
end

YgEFF=S/Aeff; %Cálculo da nova posição da LN
DIFYG=Yg-YgEFF; %Cálculo da diferença entre as posições da
    LN, antes e depois da iteração
CC=G-YgEFF; %Cálculo da distância entre a nova posição da LN
    e o centro geométrico da secção

Inerciaeff=Inercia-InerciaBuracos-Aeff*(CC)^2; %Cálculo da
    inércia efetiva

```

## Anexo A. Programa em MATLAB para o cálculo das propriedades efetivas de secções poligonais regulares de Classe 4

---

```
end

Vmax=G+(G-YgEFF); %Distância à fibra mais comprimida
Weff=Inerciaeff/Vmax; %Módulo de flexão efetivo
Mrd=Weff*fy*10^3; %Momento fletor resistente

disp(' ');
disp(['Inércia Efetiva' ' ' = ' num2str(Inerciaeff) ' ' 'm^4']);
disp(['Área Efetiva' ' ' = ' num2str(Aeff) ' ' 'm^2']);
disp(['Yg Efetivo' ' ' = ' num2str(YgEFF) ' ' 'm']);
disp(['Diferença YG Inicial-YG Efetivo' ' ' = ' num2str(CC) ' ' 'm
    ']);
disp(['Mrd' ' ' = ' num2str(Mrd) ' ' 'kN']);
```



## Anexo B

# Gráficos relação momento-rotação

### B.1 Tubos com 6 lados e 1 mm de espessura

#### B.1.1 Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para fora” do tubo

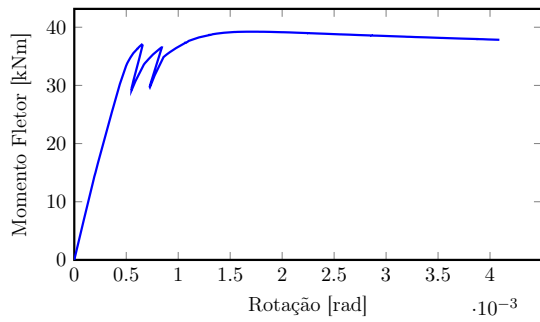


Figura B.1: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

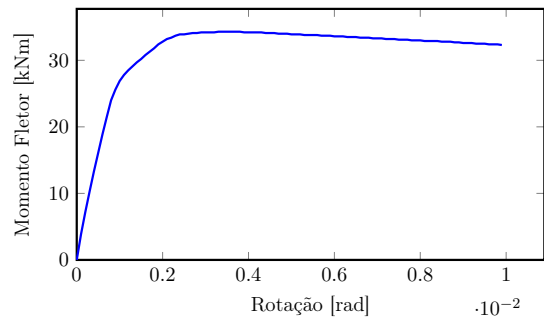


Figura B.2: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

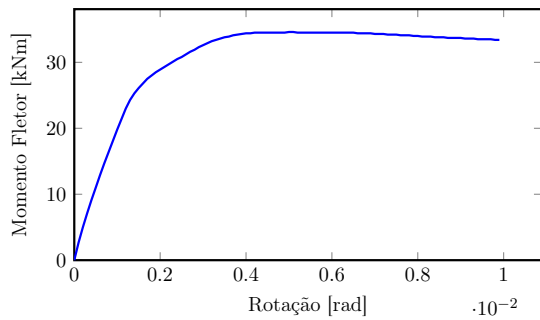


Figura B.3: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

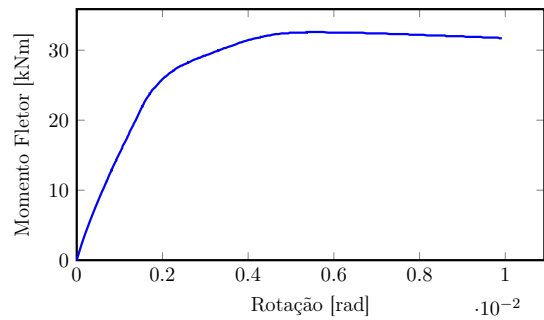


Figura B.4: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

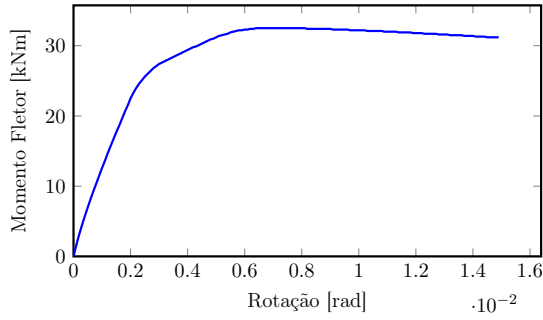


Figura B.5: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3\text{ m}$ ,  $t = 1\text{ mm}$  e  $L = 1,5\text{ m}$ .

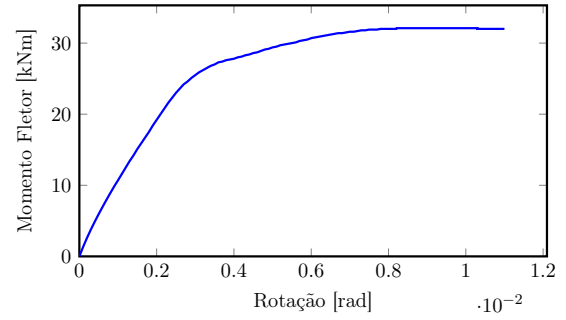


Figura B.6: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3\text{ m}$ ,  $t = 1\text{ mm}$  e  $L = 1,8\text{ m}$ .

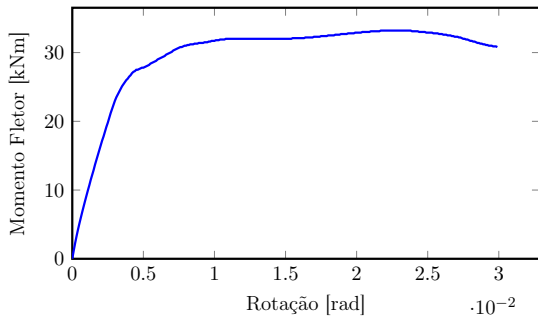


Figura B.7: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3\text{ m}$ ,  $t = 1\text{ mm}$  e  $L = 2,1\text{ m}$ .

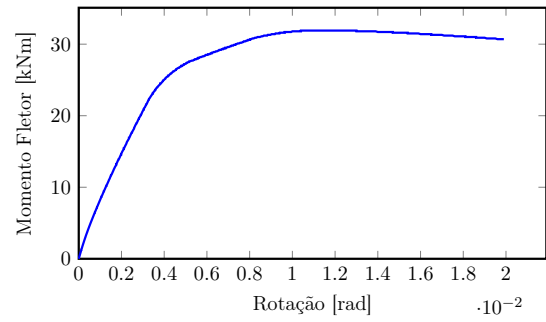


Figura B.8: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3\text{ m}$ ,  $t = 1\text{ mm}$  e  $L = 2,4\text{ m}$ .

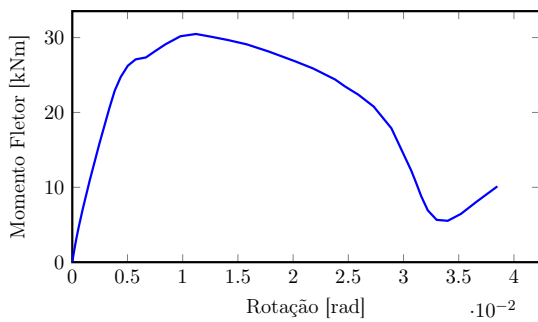


Figura B.9: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3\text{ m}$ ,  $t = 1\text{ mm}$  e  $L = 2,7\text{ m}$ .

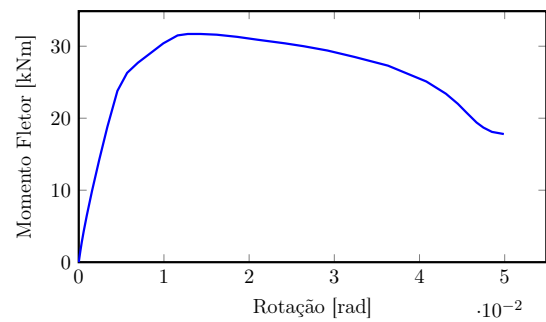


Figura B.10: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3\text{ m}$ ,  $t = 1\text{ mm}$  e  $L = 3,0\text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

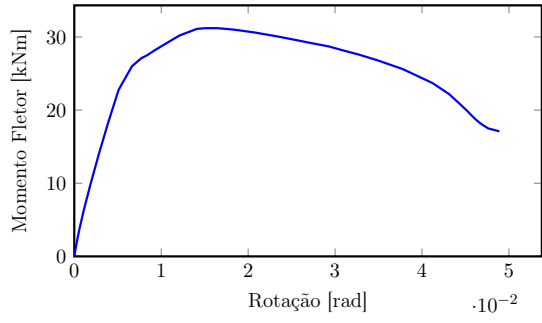


Figura B.11: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

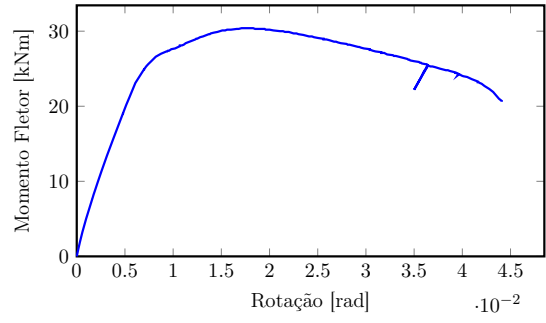


Figura B.12: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

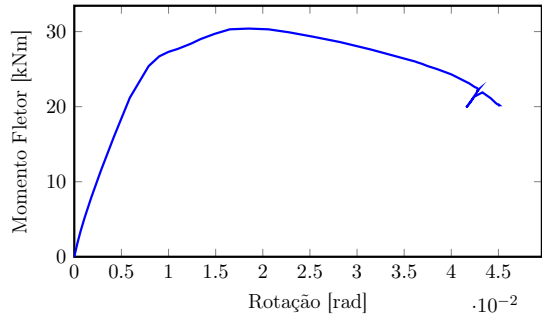


Figura B.13: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

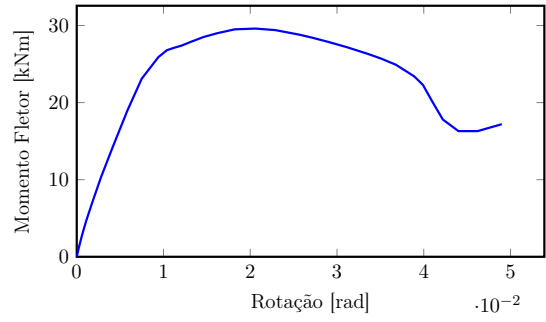


Figura B.14: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

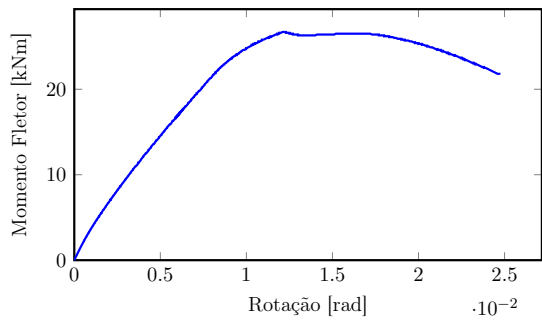


Figura B.15: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

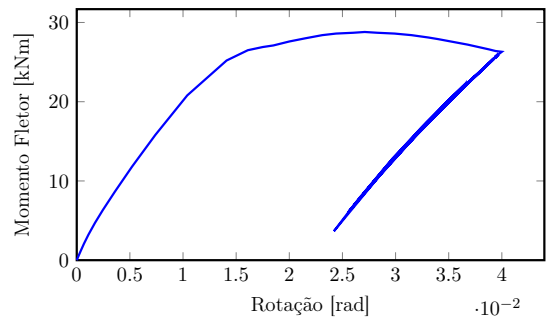


Figura B.16: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

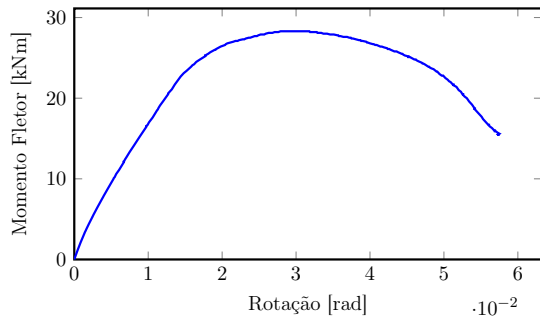


Figura B.17: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

### B.1.2 Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo

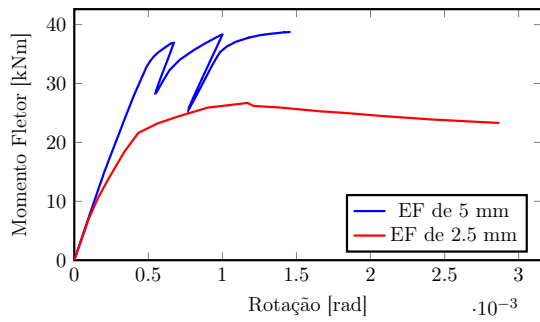


Figura B.18: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

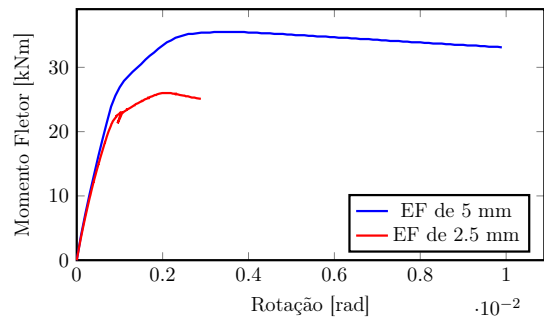


Figura B.19: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

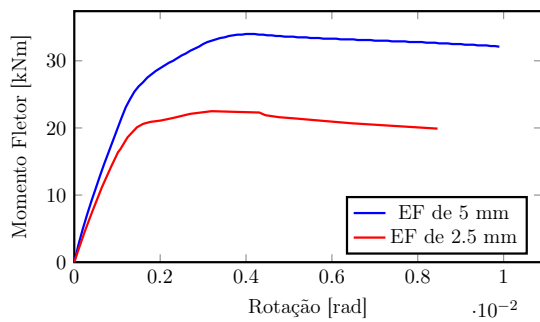


Figura B.20: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

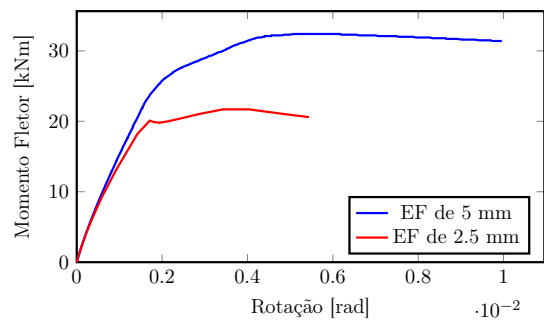


Figura B.21: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .



## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

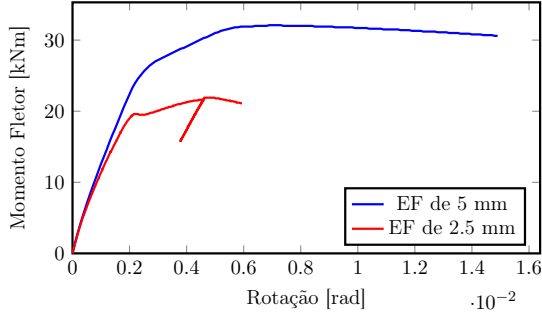


Figura B.22: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

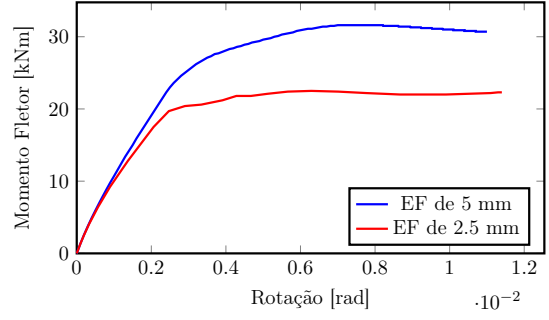


Figura B.23: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

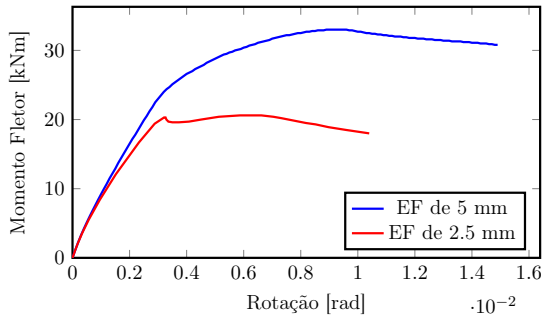


Figura B.24: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

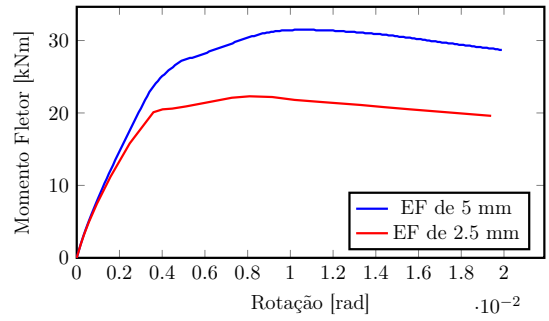


Figura B.25: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

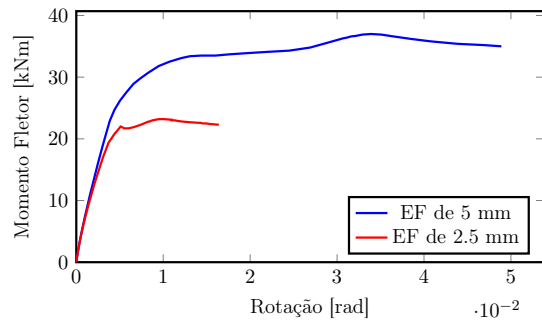


Figura B.26: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

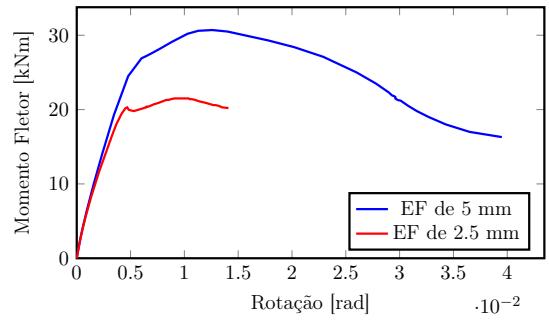


Figura B.27: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

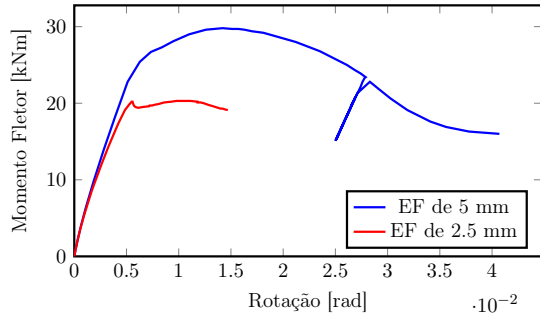


Figura B.28: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

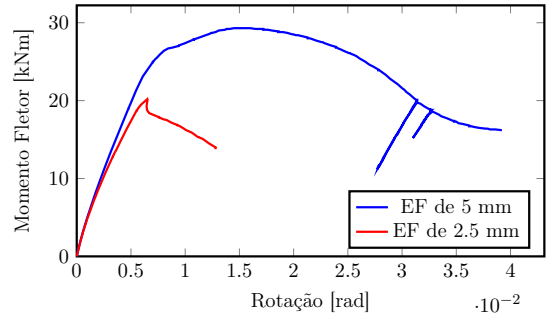


Figura B.29: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

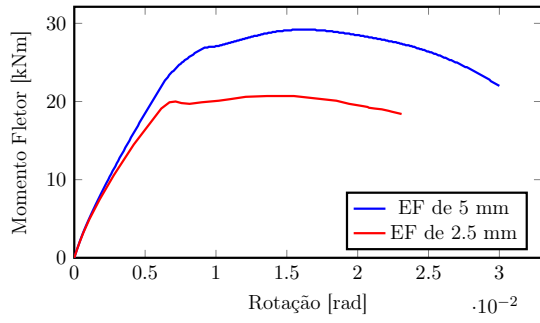


Figura B.30: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

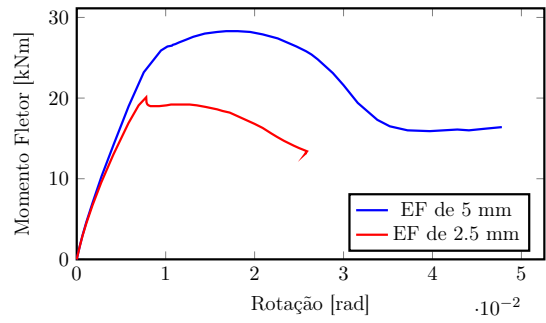


Figura B.31: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

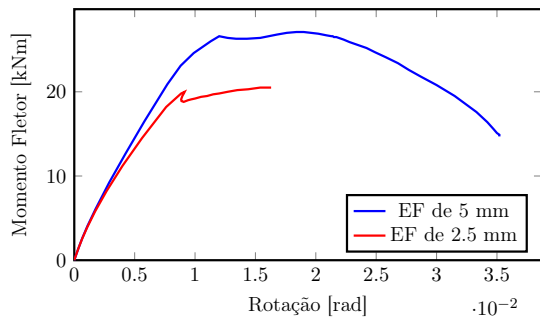


Figura B.32: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

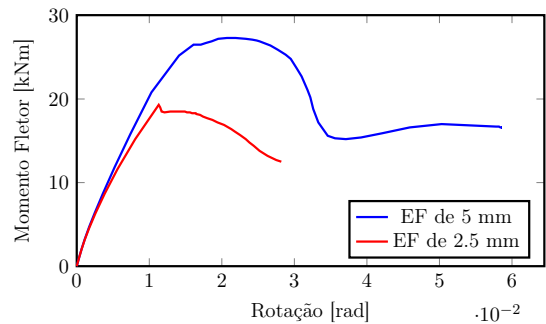


Figura B.33: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

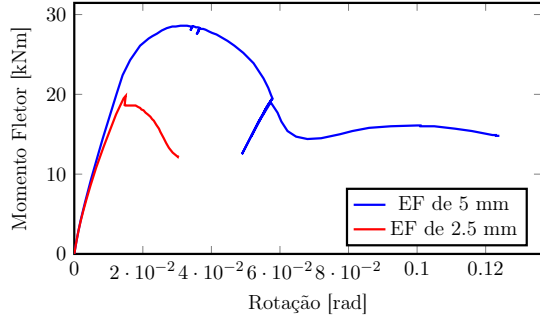


Figura B.34: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

### B.1.3 Análises sem imperfeições

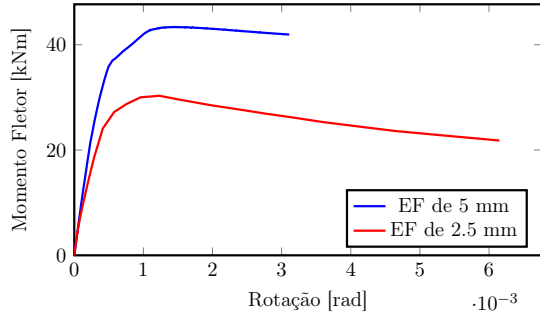


Figura B.35: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

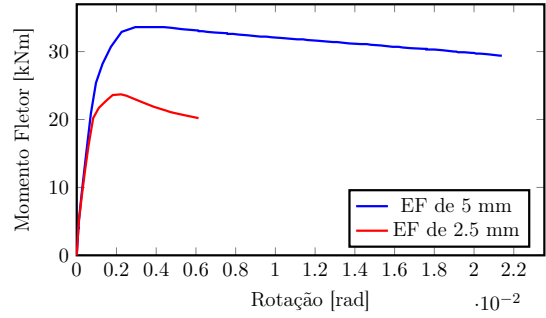


Figura B.36: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

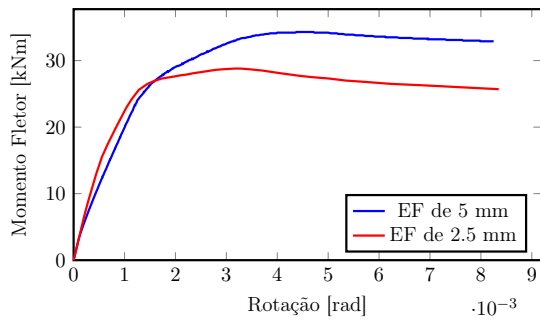


Figura B.37: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

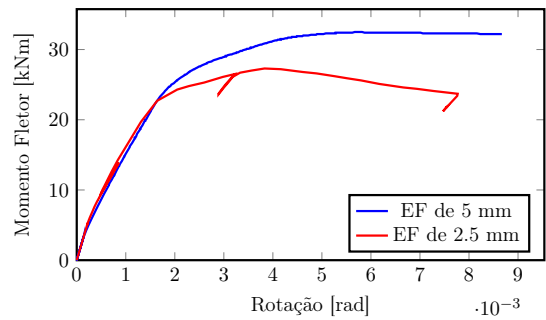


Figura B.38: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

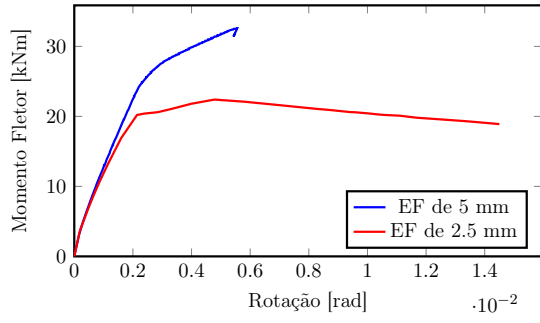


Figura B.39: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

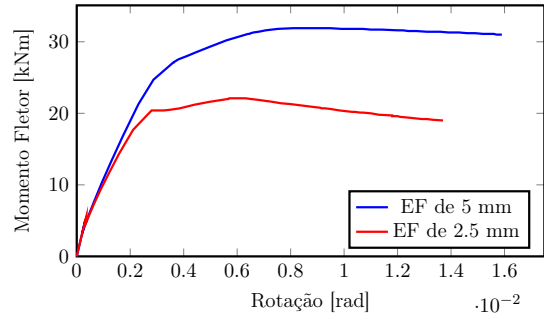


Figura B.40: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

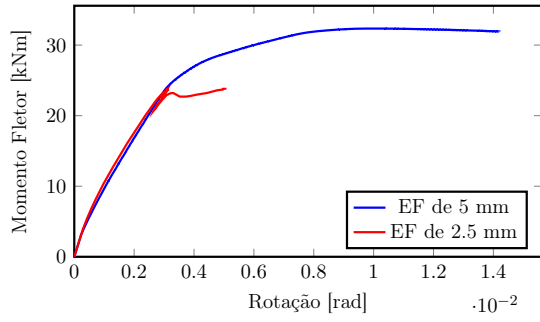


Figura B.41: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

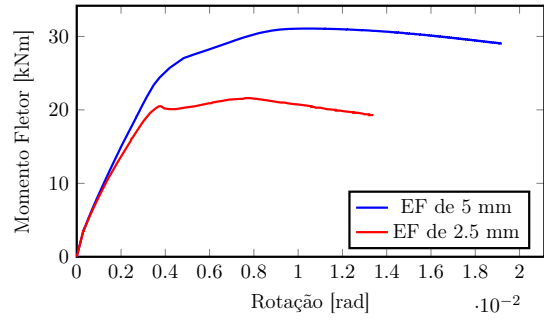


Figura B.42: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

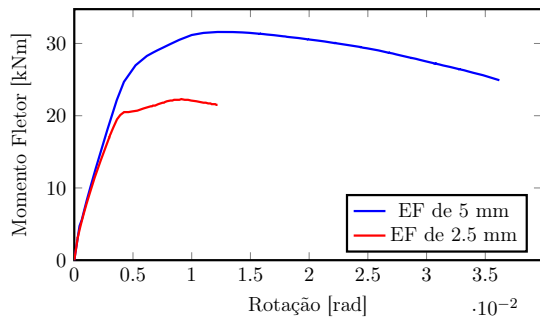


Figura B.43: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

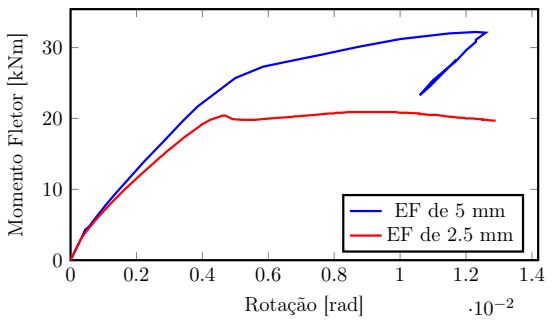


Figura B.44: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

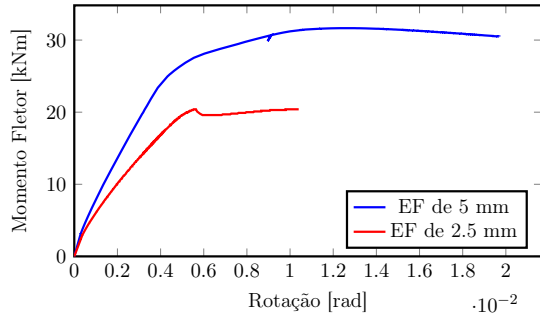


Figura B.45: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

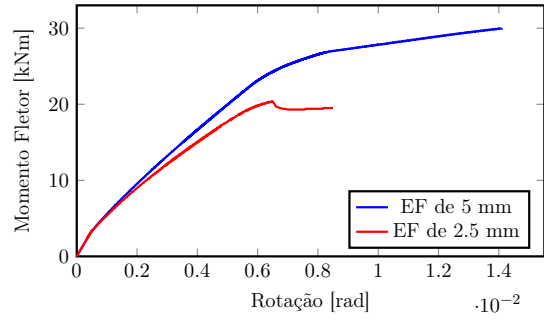


Figura B.46: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

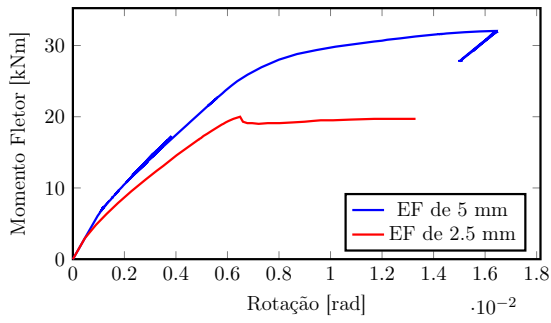


Figura B.47: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

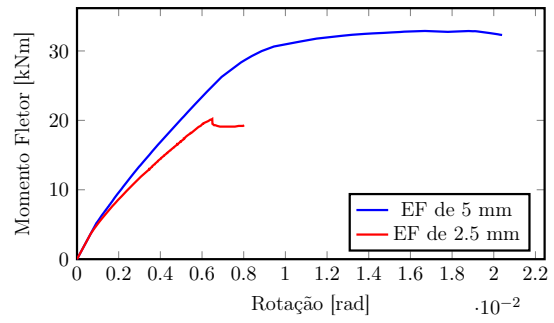


Figura B.48: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

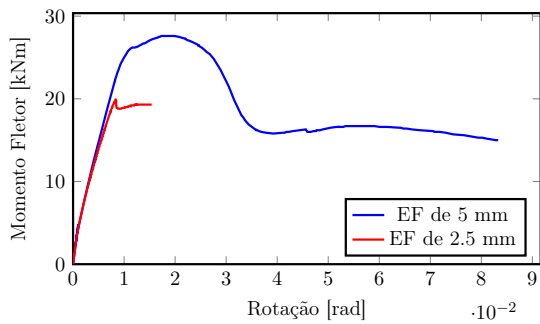


Figura B.49: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

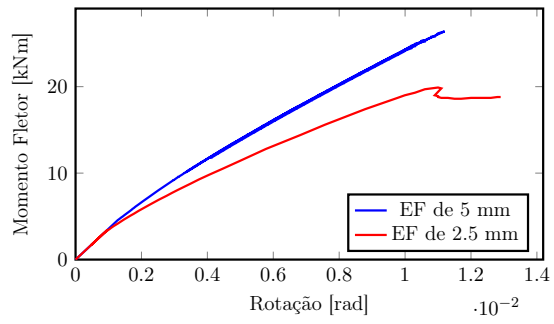


Figura B.50: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

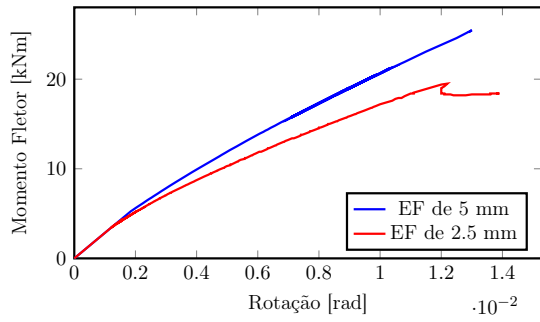


Figura B.51: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

## B.2 Tubos com 6 lados e 2 mm de espessura

### B.2.1 Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo

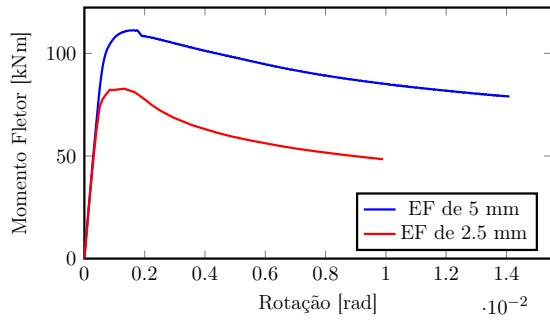


Figura B.52: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

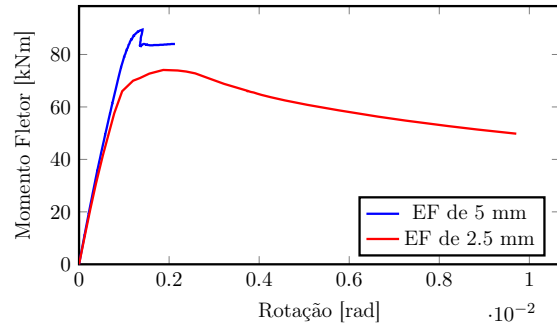


Figura B.53: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

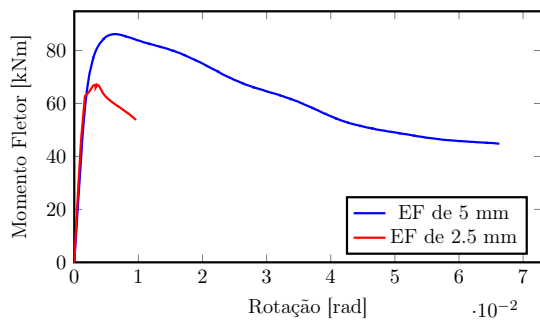


Figura B.54: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

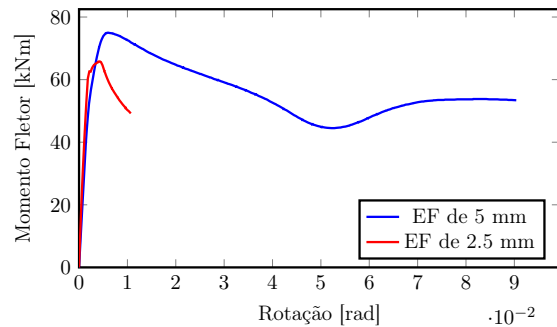


Figura B.55: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

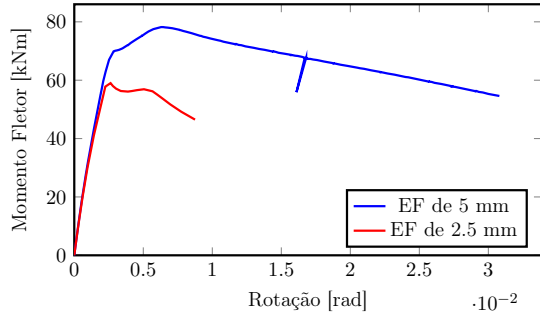


Figura B.56: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

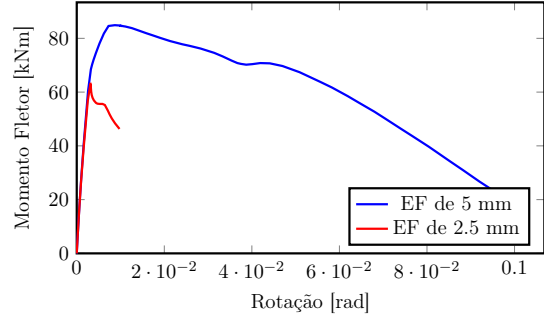


Figura B.57: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

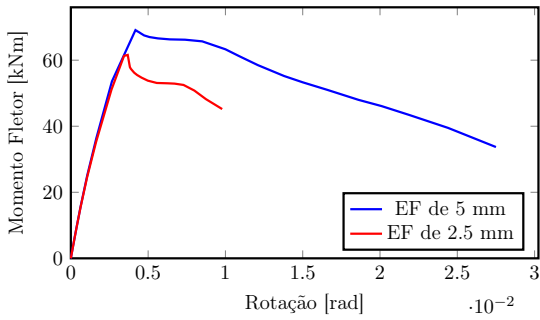


Figura B.58: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

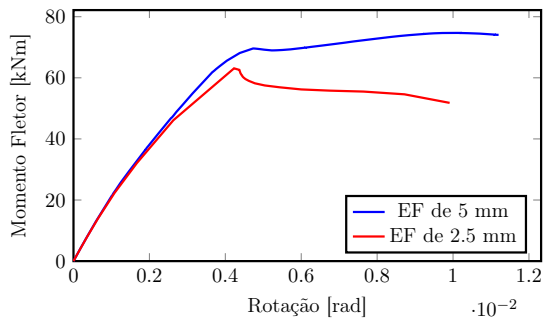


Figura B.59: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

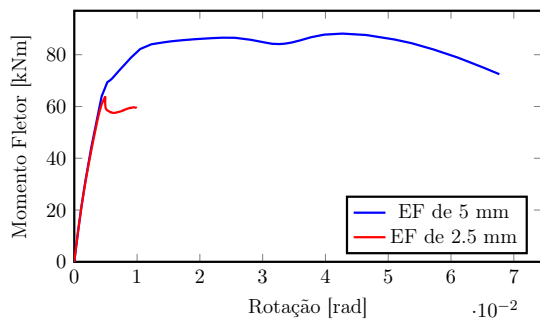


Figura B.60: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

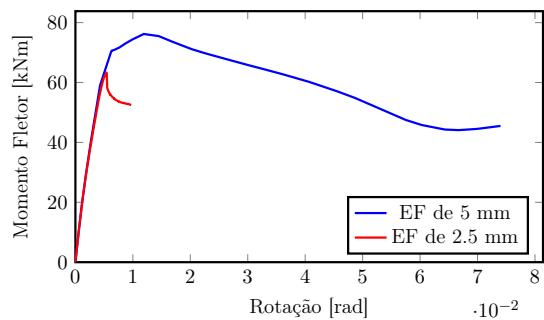


Figura B.61: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

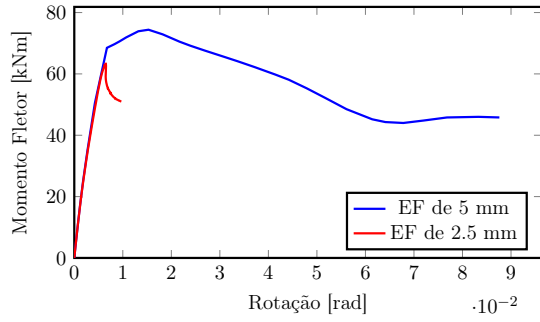


Figura B.62: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

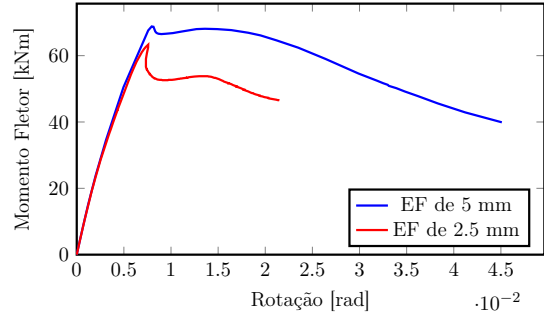


Figura B.63: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

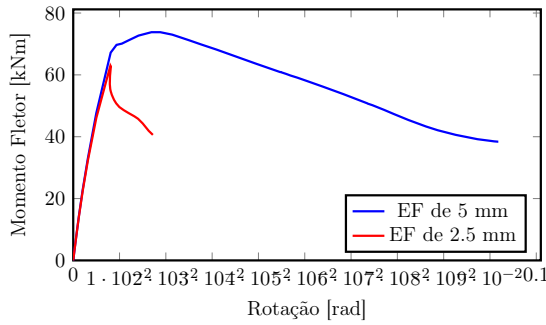


Figura B.64: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

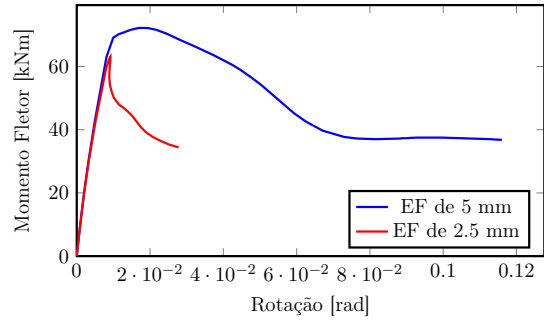


Figura B.65: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

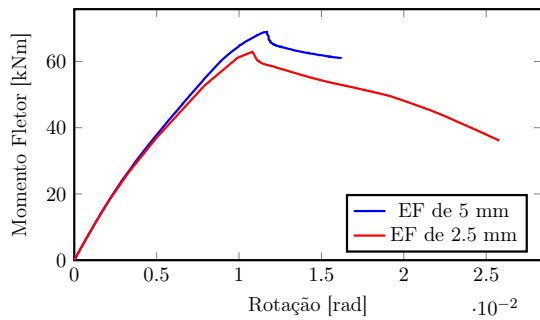


Figura B.66: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

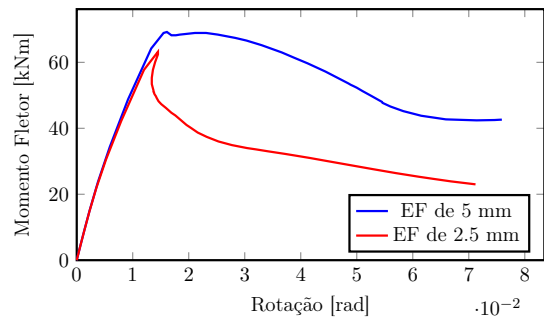


Figura B.67: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .



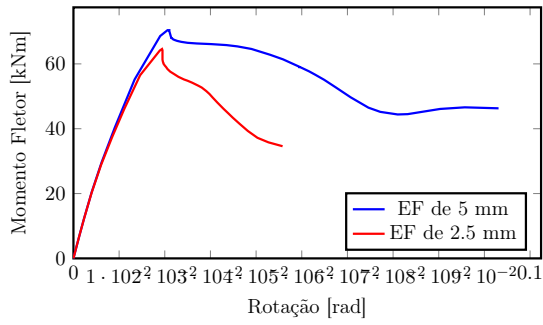


Figura B.68: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

## B.2.2 Análises sem imperfeições

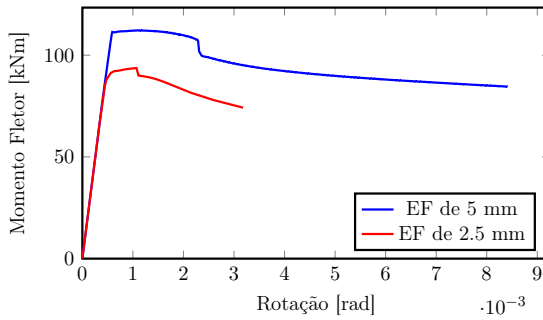


Figura B.69: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

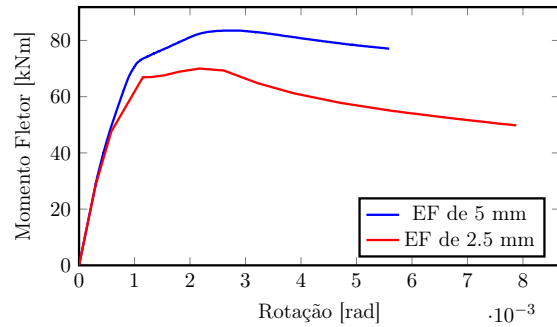


Figura B.70: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

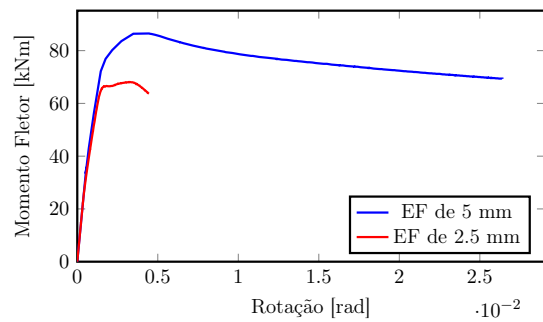


Figura B.71: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

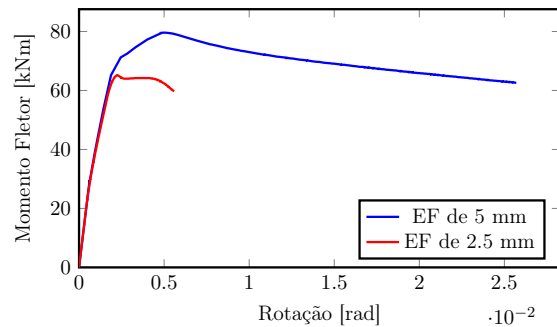


Figura B.72: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

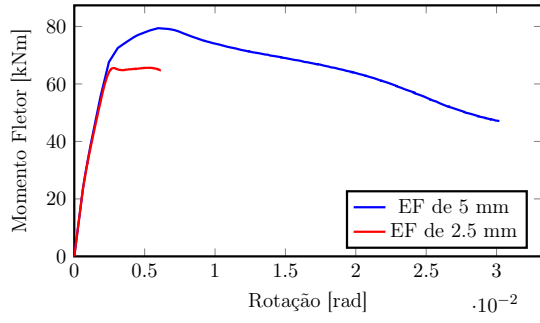


Figura B.73: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

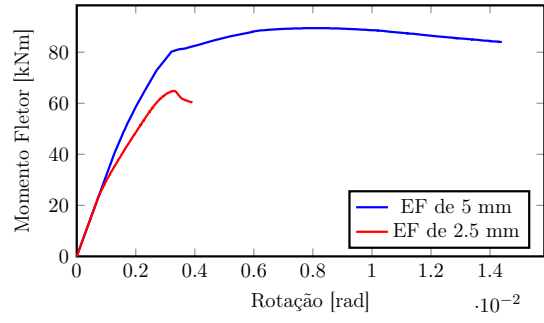


Figura B.74: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

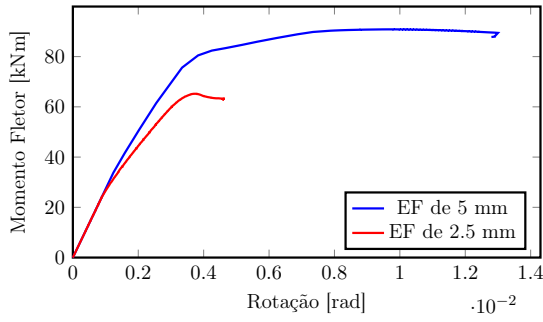


Figura B.75: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

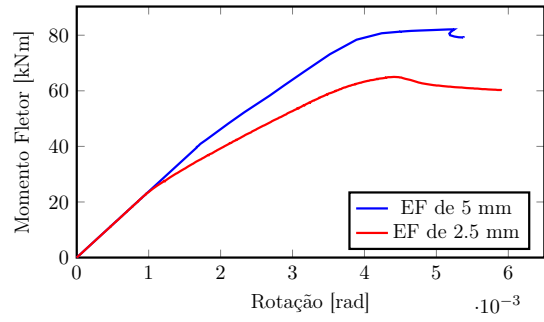


Figura B.76: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

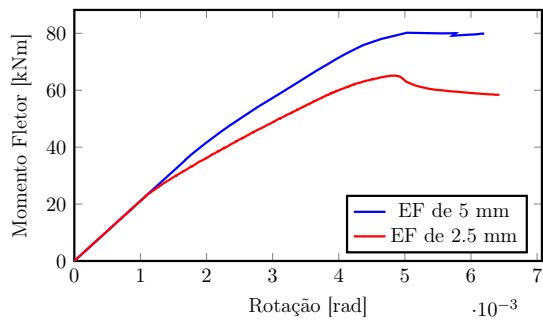


Figura B.77: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

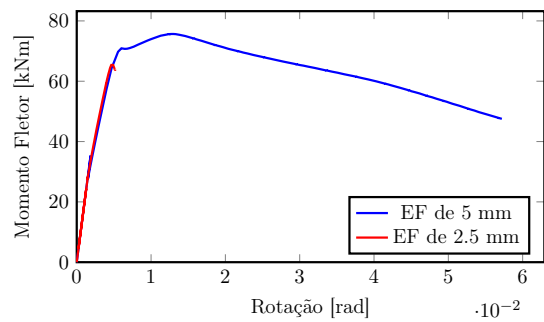


Figura B.78: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

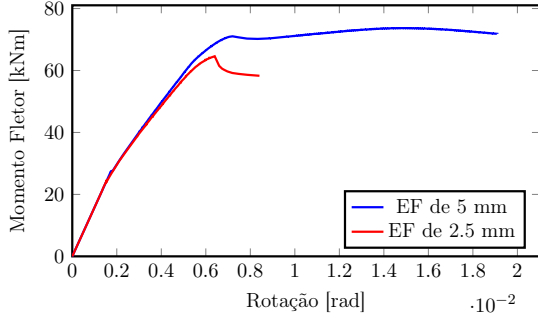


Figura B.79: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

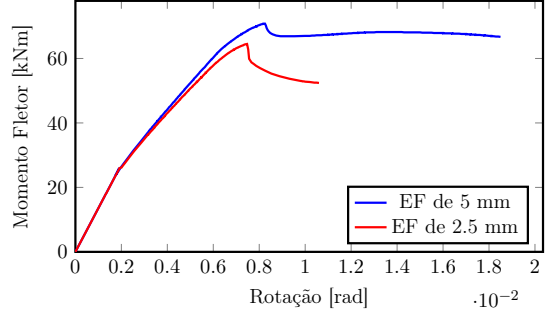


Figura B.80: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

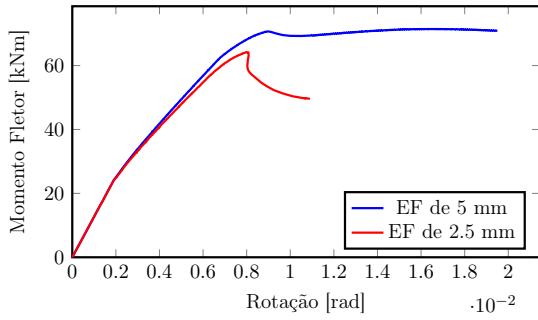


Figura B.81: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

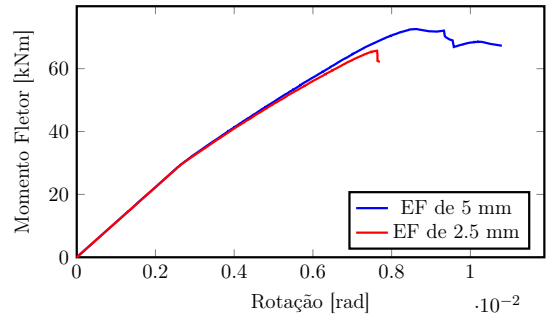


Figura B.82: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

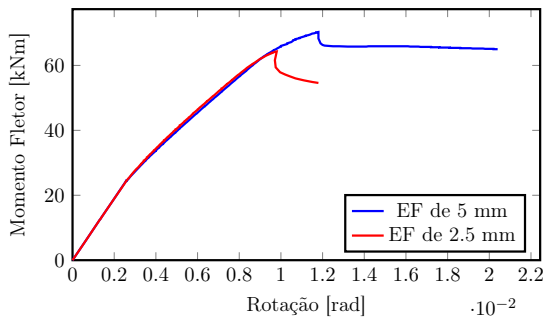


Figura B.83: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

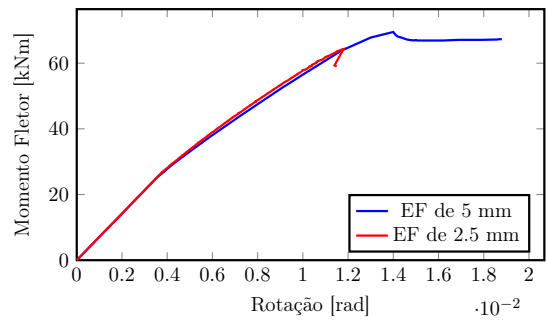


Figura B.84: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

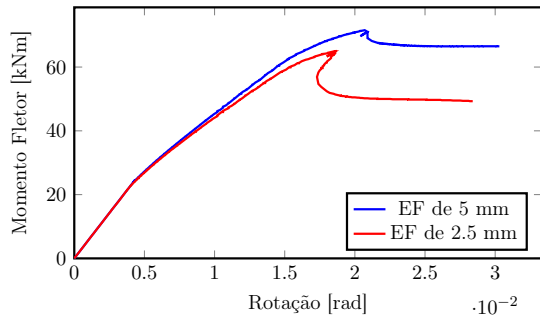


Figura B.85: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

### B.3 Tubos com 6 lados e 4 mm de espessura

#### B.3.1 Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo

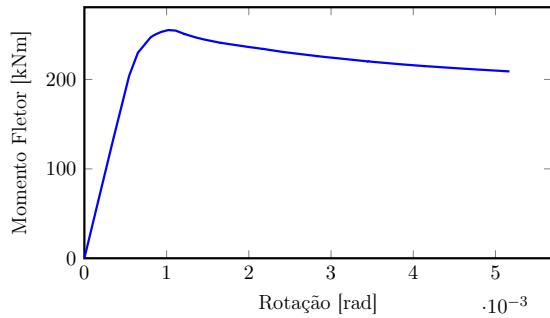


Figura B.86: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

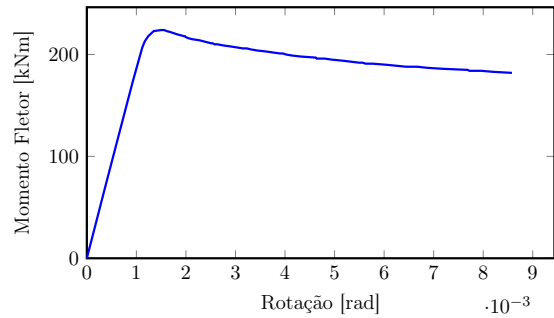


Figura B.87: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

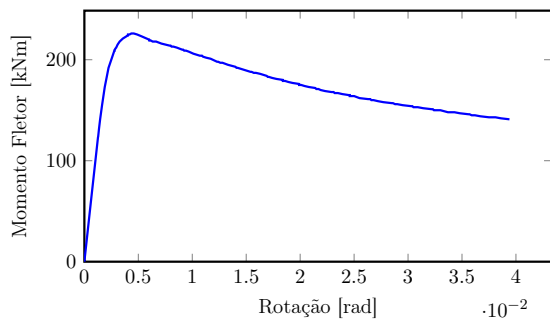


Figura B.88: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

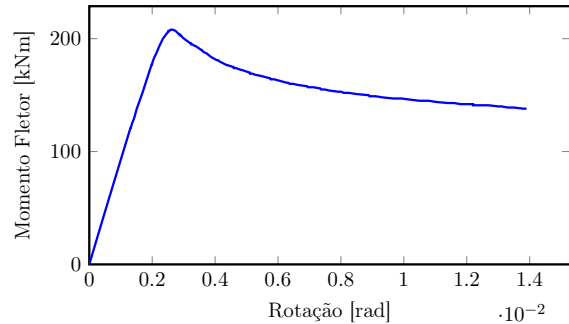


Figura B.89: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

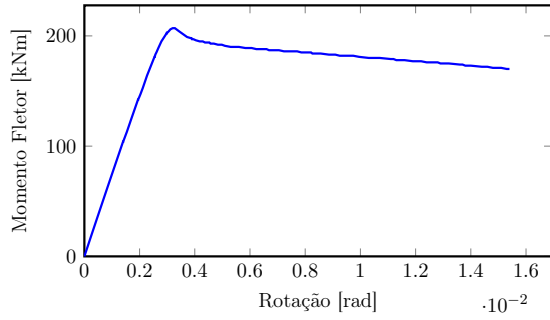


Figura B.90: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

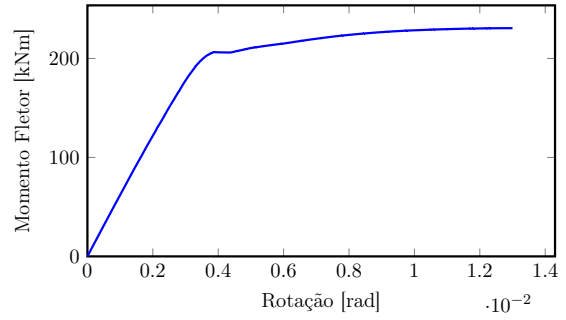


Figura B.91: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

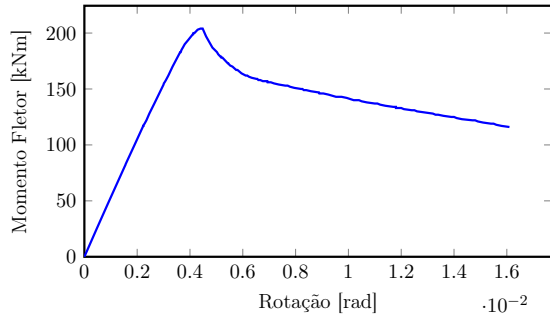


Figura B.92: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

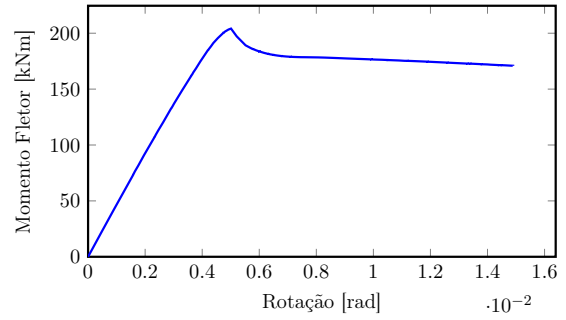


Figura B.93: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

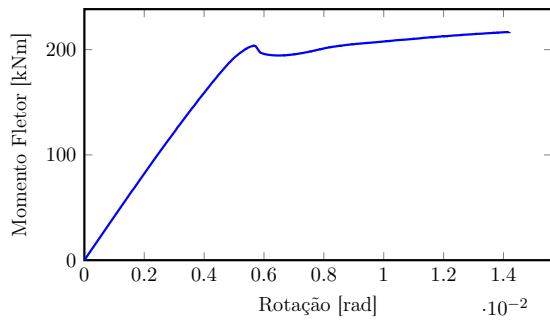


Figura B.94: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

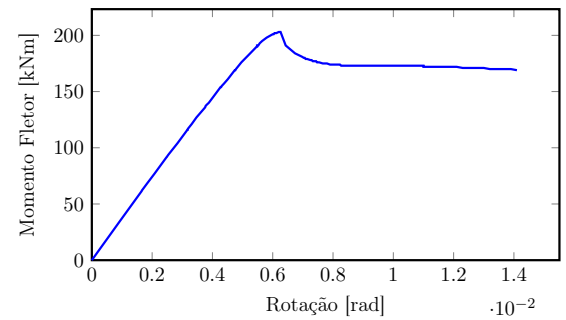


Figura B.95: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

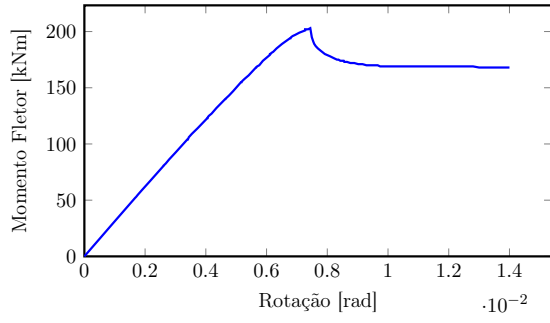


Figura B.96: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

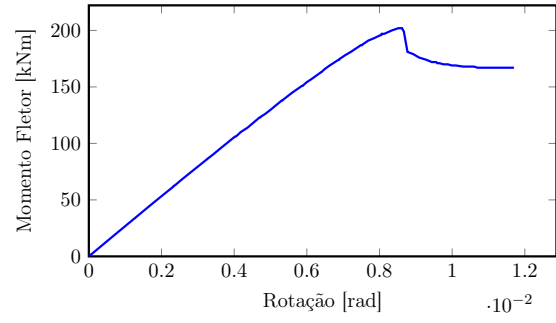


Figura B.97: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

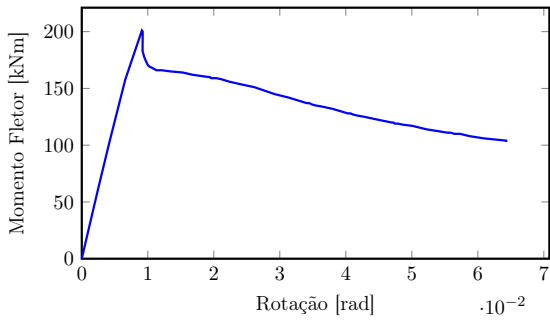


Figura B.98: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

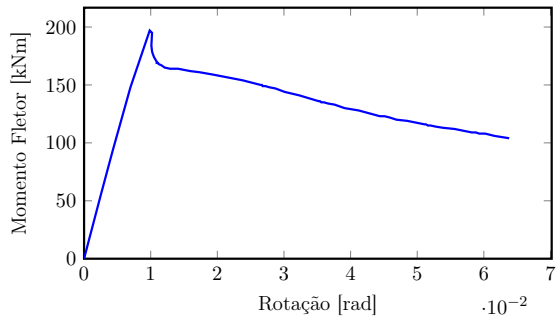


Figura B.99: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

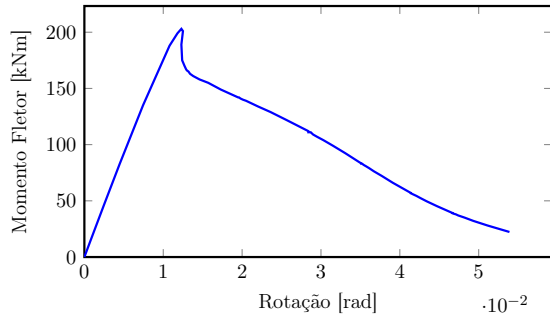


Figura B.100: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

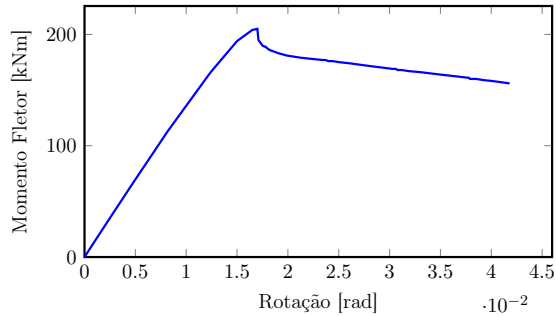


Figura B.101: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

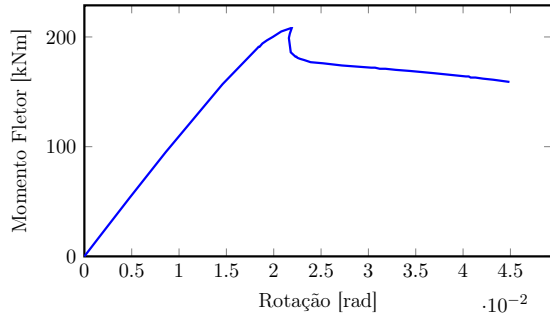


Figura B.102: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

### B.3.2 Análises sem imperfeições

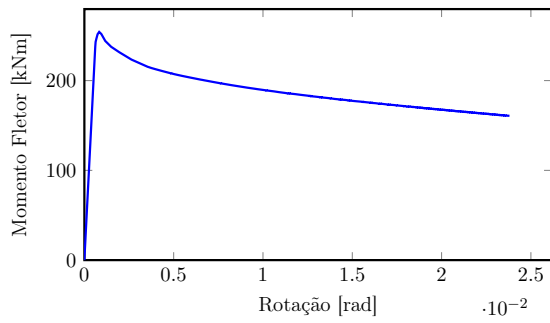


Figura B.103: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

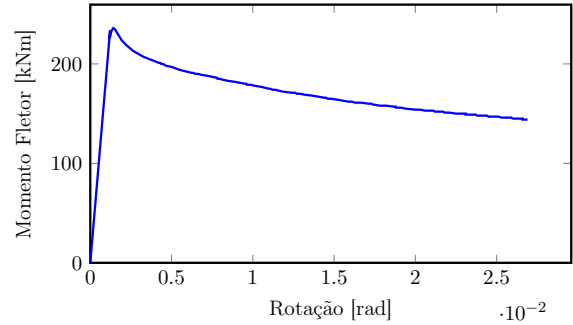


Figura B.104: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

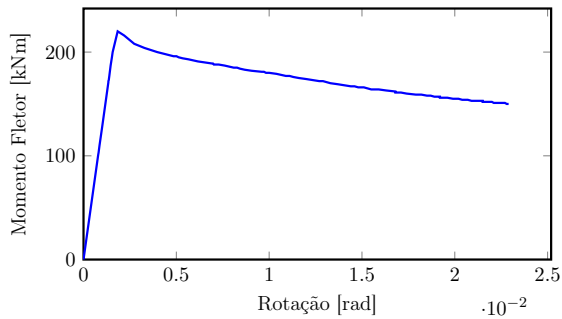


Figura B.105: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

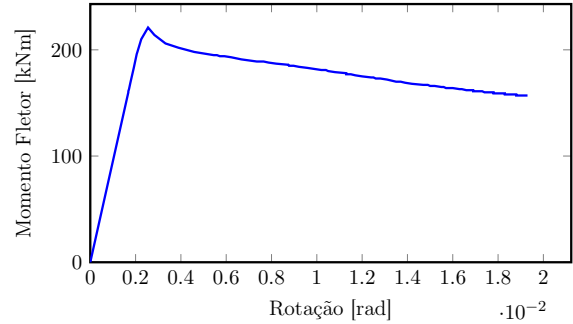


Figura B.106: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

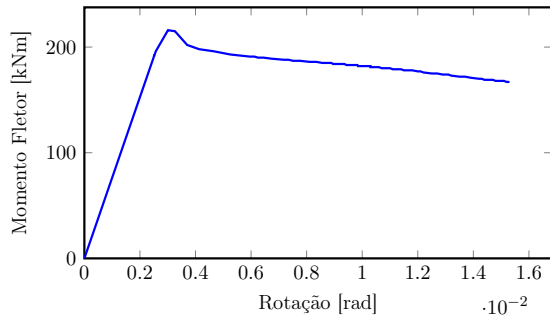


Figura B.107: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

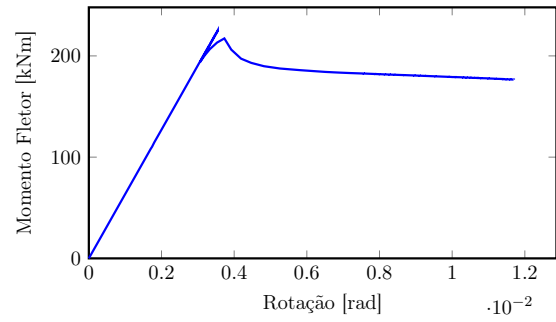


Figura B.108: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

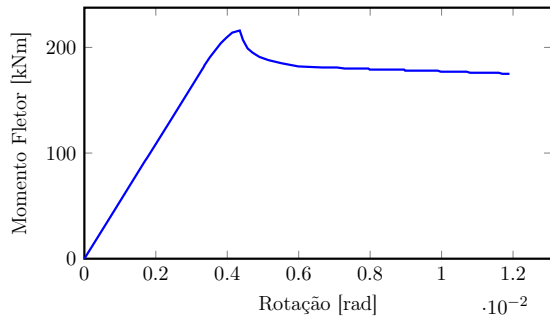


Figura B.109: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

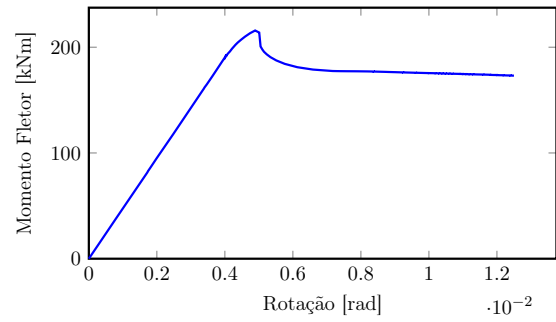


Figura B.110: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

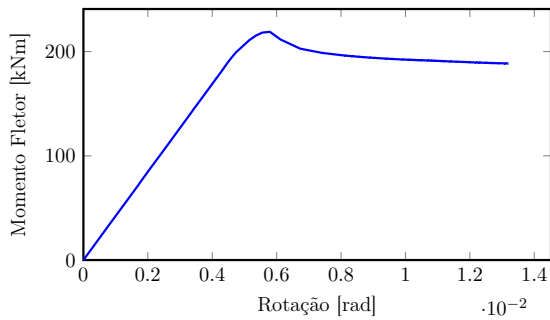


Figura B.111: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

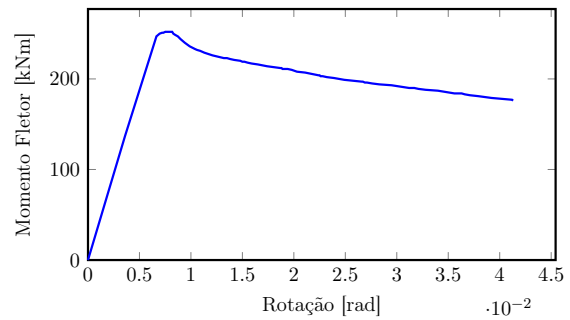


Figura B.112: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .



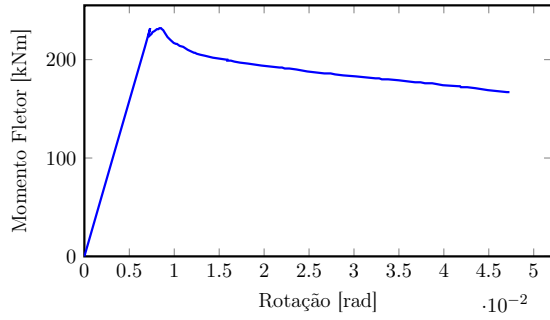


Figura B.113: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

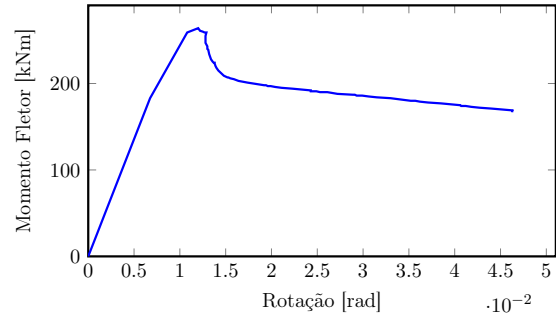


Figura B.114: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

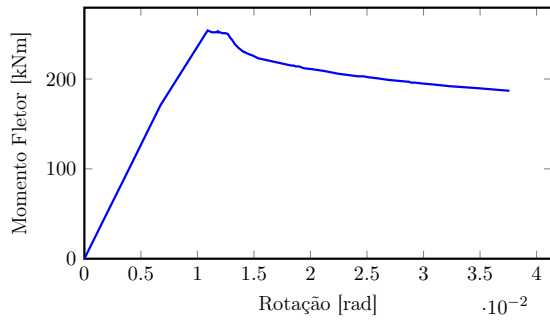


Figura B.115: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

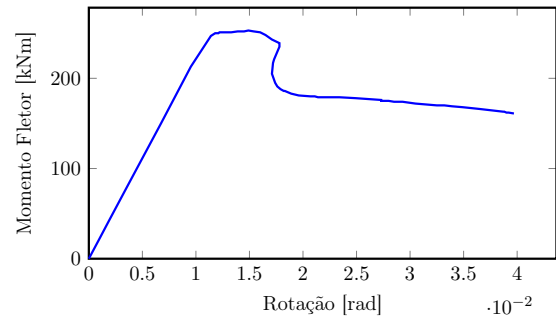


Figura B.116: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

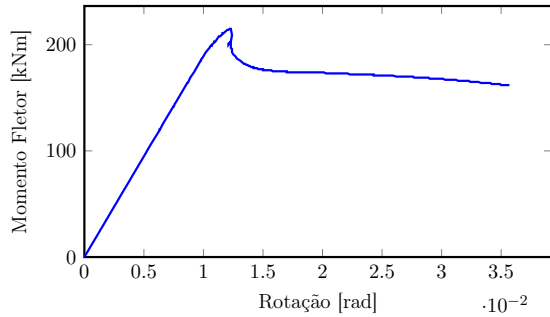


Figura B.117: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

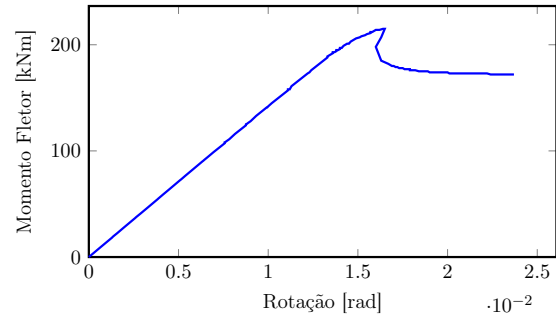


Figura B.118: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

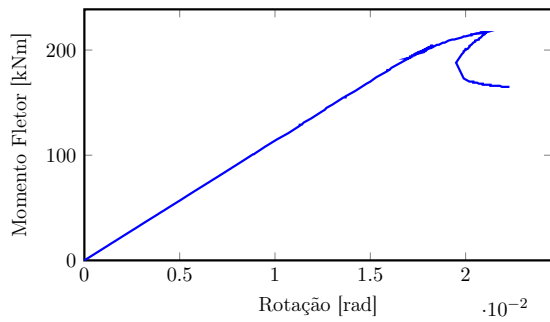


Figura B.119: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

## B.4 Tubos com 6 lados e 9 mm de espessura

### B.4.1 Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo

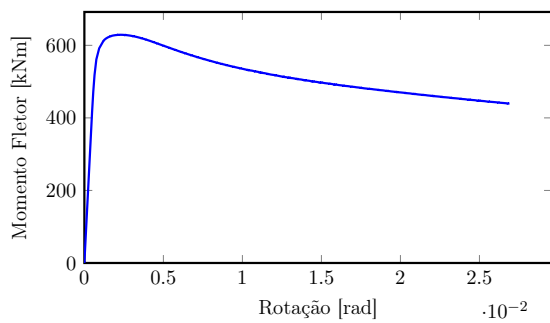


Figura B.120: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

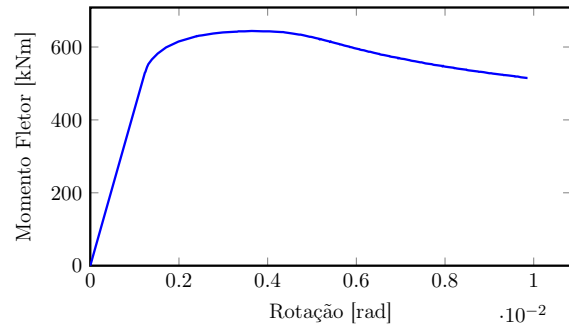


Figura B.121: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

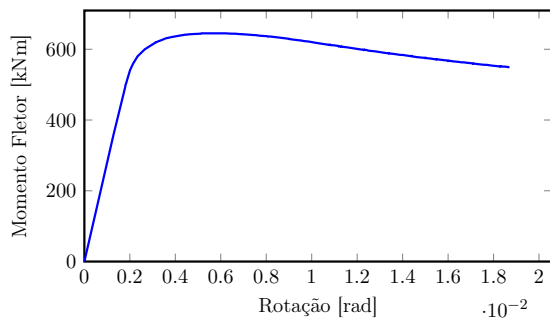


Figura B.122: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

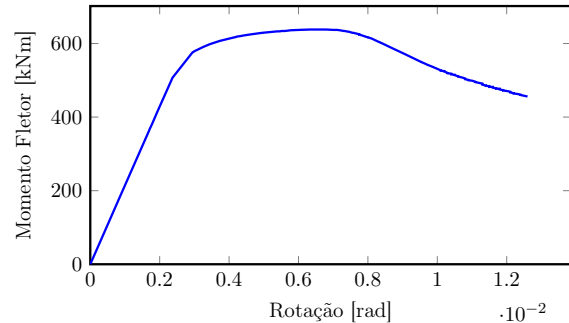


Figura B.123: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

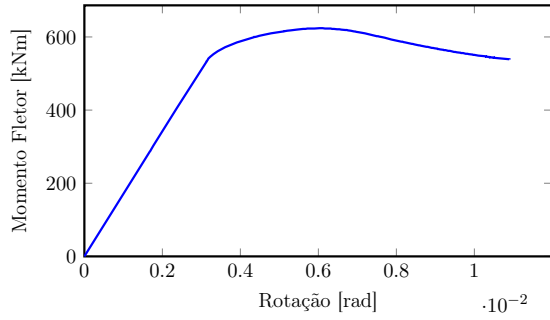


Figura B.124: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

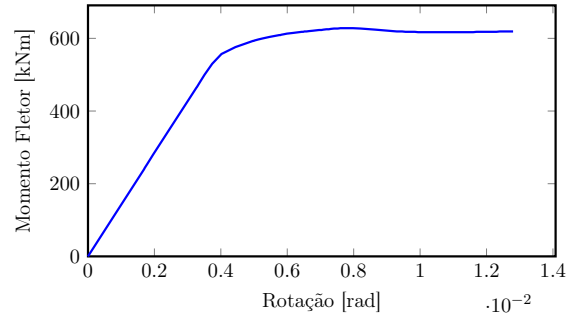


Figura B.125: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

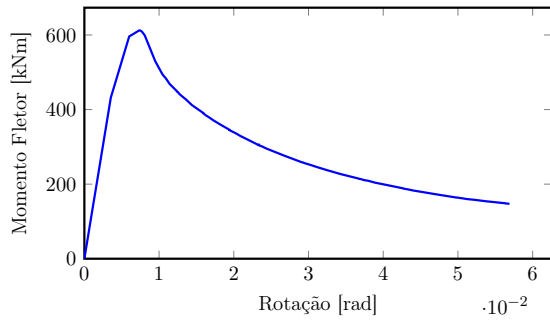


Figura B.126: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

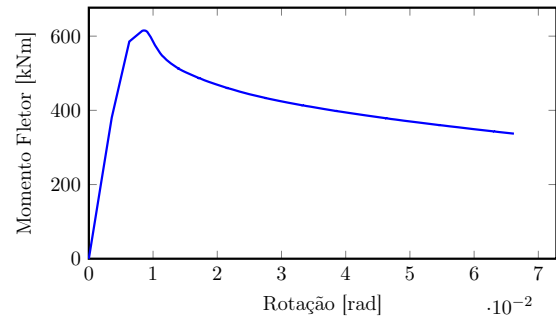


Figura B.127: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

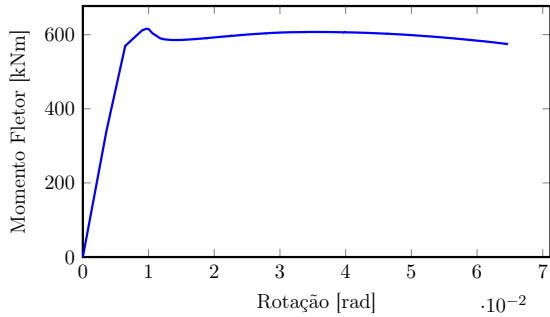


Figura B.128: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

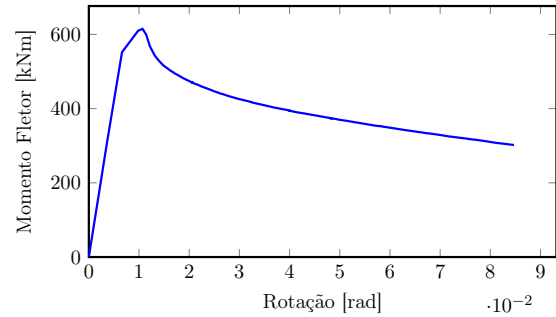


Figura B.129: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

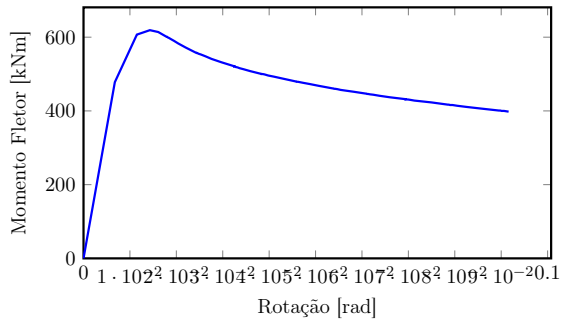


Figura B.130: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

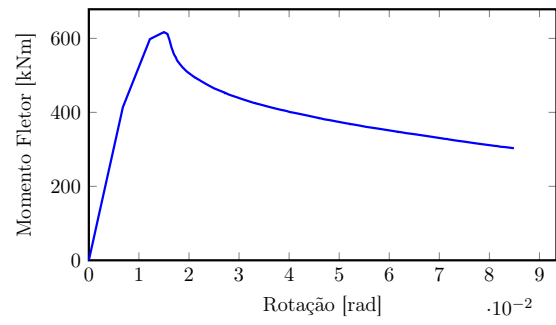


Figura B.131: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

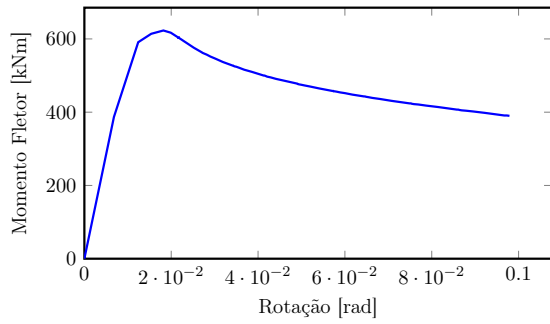


Figura B.132: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

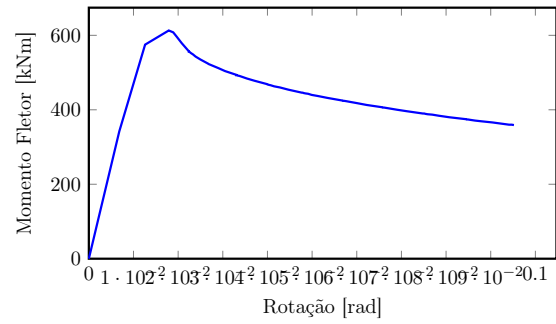


Figura B.133: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

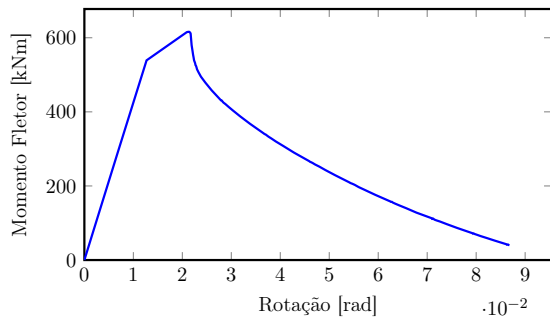


Figura B.134: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

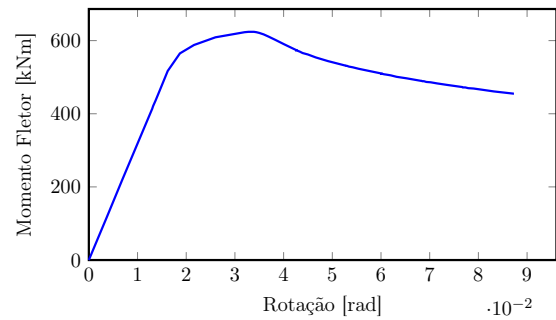


Figura B.135: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

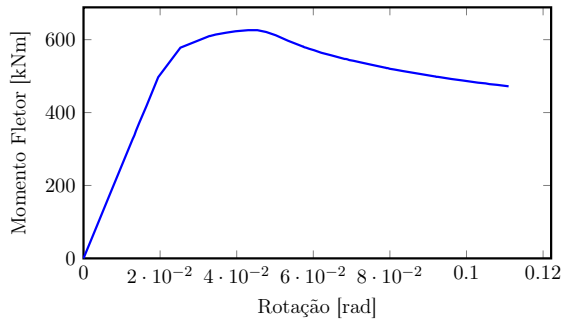


Figura B.136: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

#### B.4.2 Análises sem imperfeições

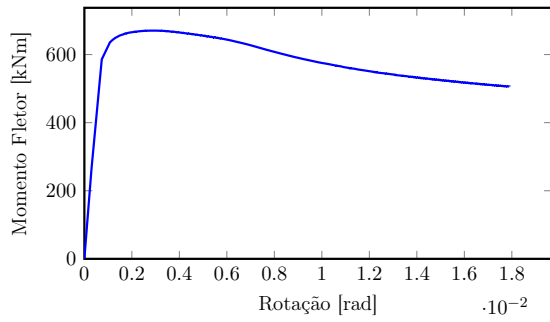


Figura B.137: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

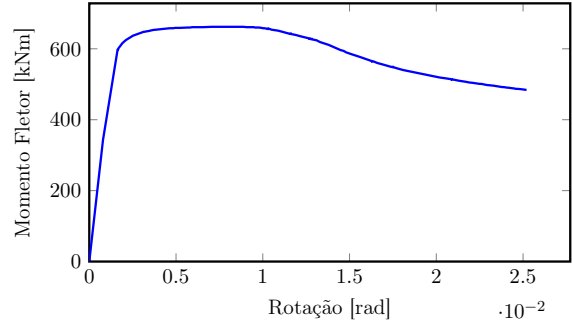


Figura B.138: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

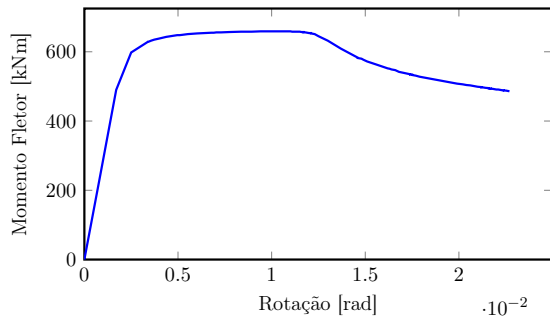


Figura B.139: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

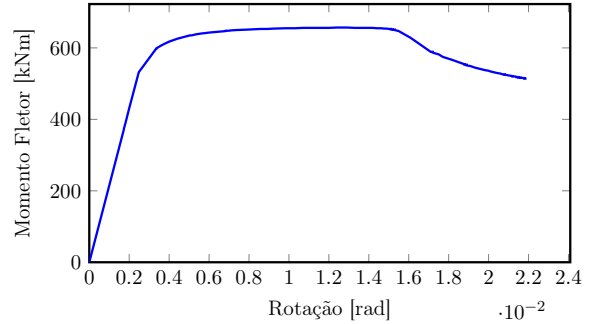


Figura B.140: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

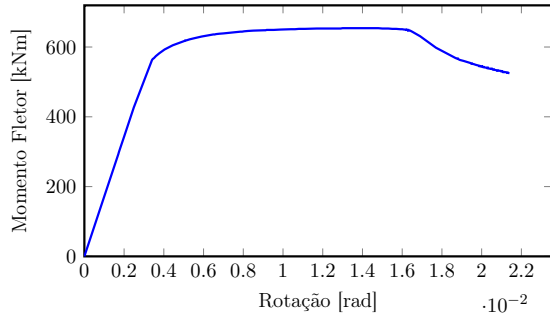


Figura B.141: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

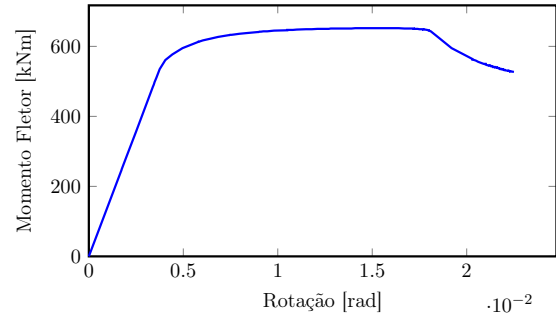


Figura B.142: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

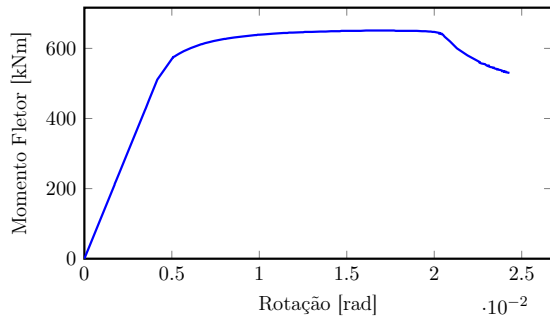


Figura B.143: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

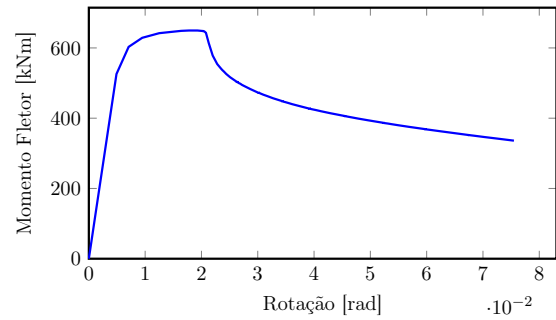


Figura B.144: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

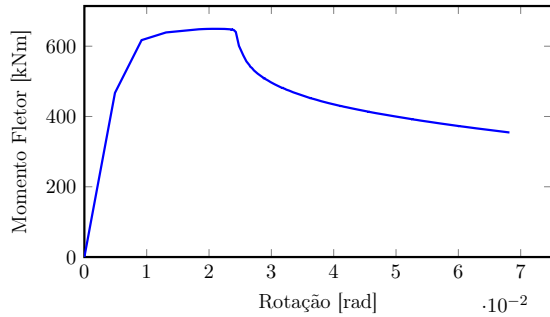


Figura B.145: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

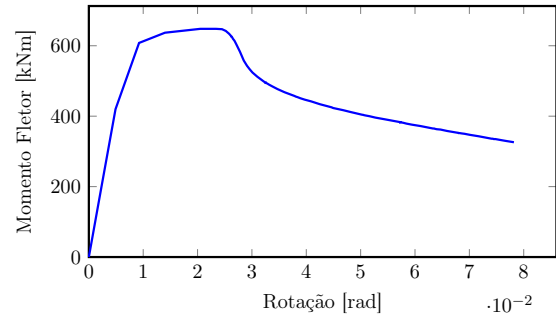


Figura B.146: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

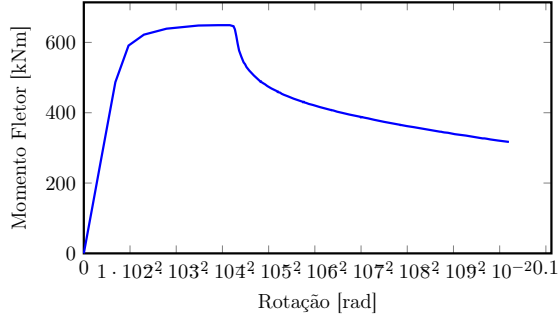


Figura B.147: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

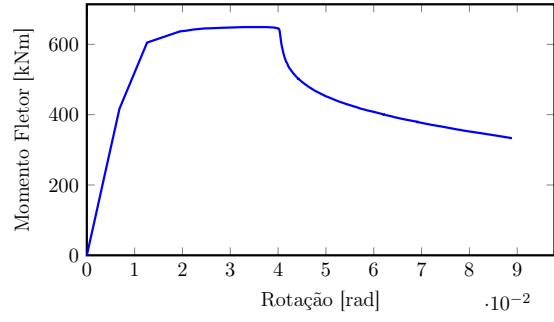


Figura B.148: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

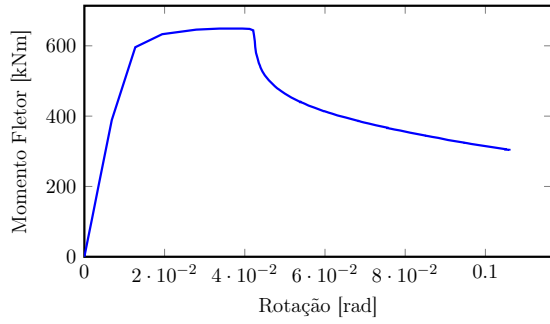


Figura B.149: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

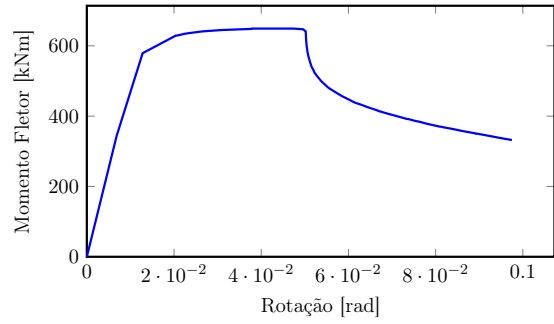


Figura B.150: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

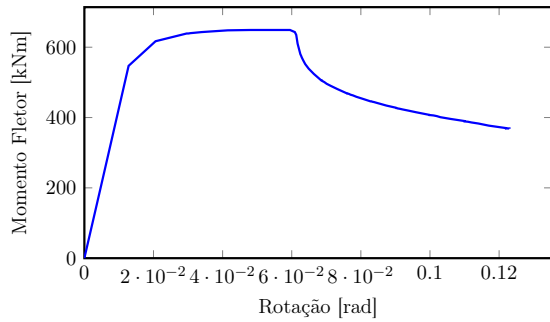


Figura B.151: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

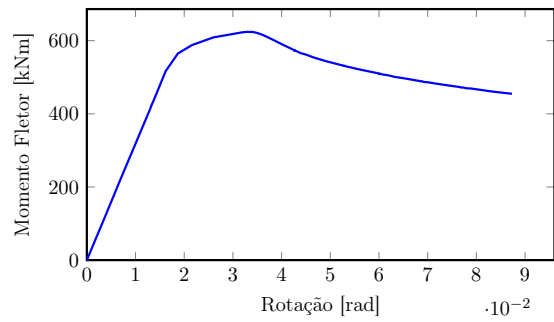


Figura B.152: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

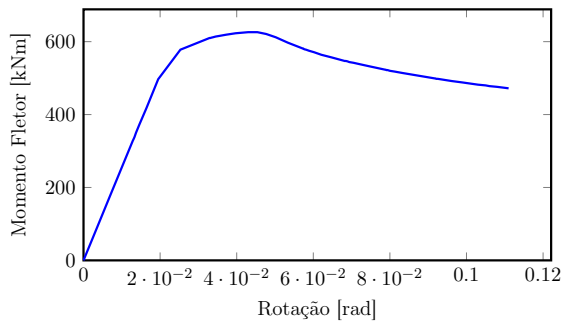


Figura B.153: Relação momento-rotação para  $n = 6$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

## B.5 Tubos com 8 lados e 1 mm de espessura

### B.5.1 Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo

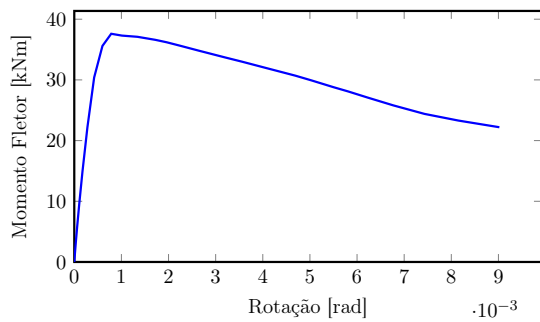


Figura B.154: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

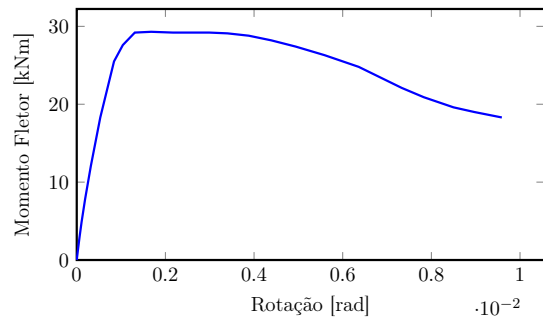


Figura B.155: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

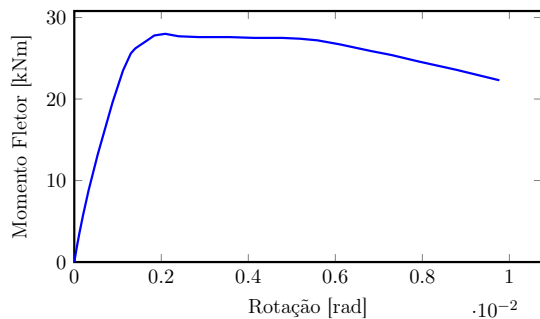


Figura B.156: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

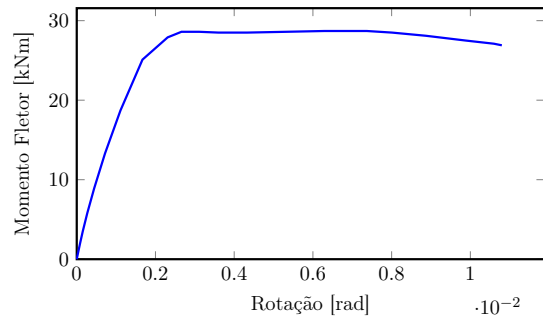


Figura B.157: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .



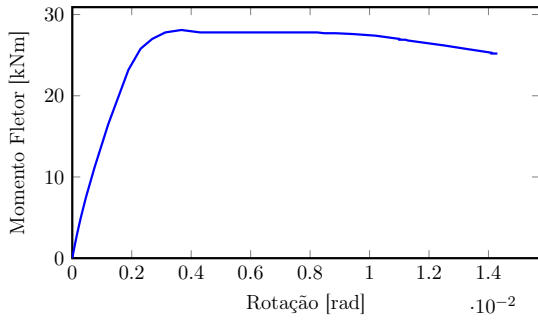


Figura B.158: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

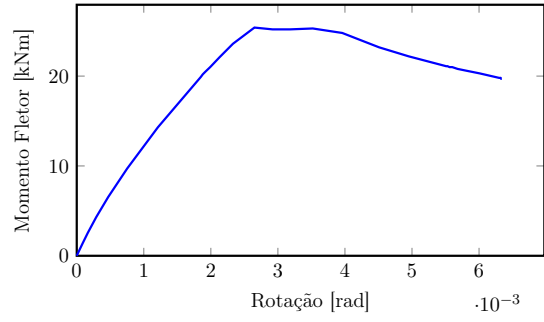


Figura B.159: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

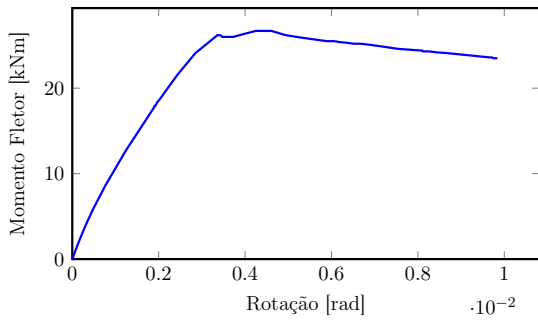


Figura B.160: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

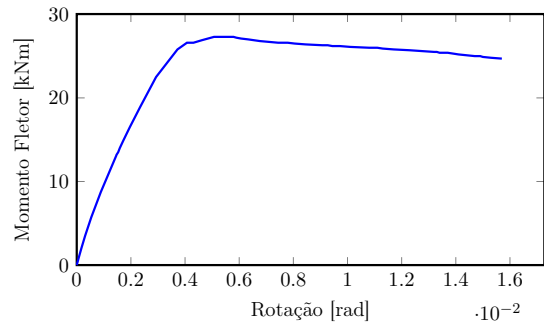


Figura B.161: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

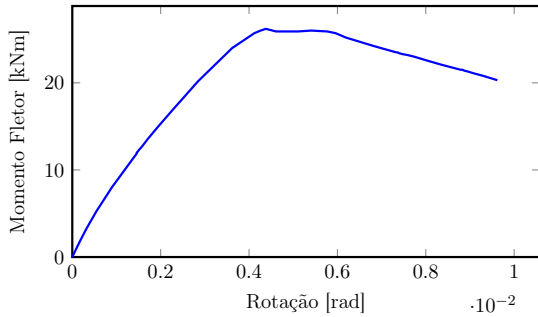


Figura B.162: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

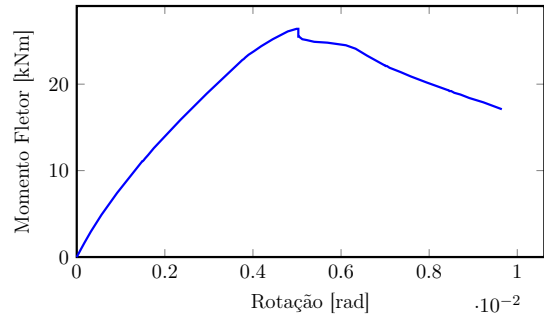


Figura B.163: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

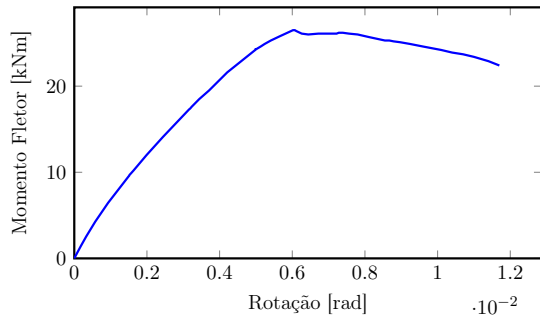


Figura B.164: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

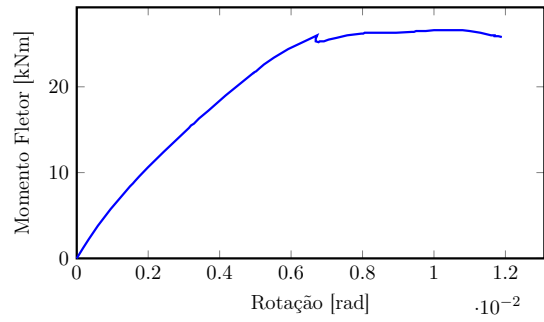


Figura B.165: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

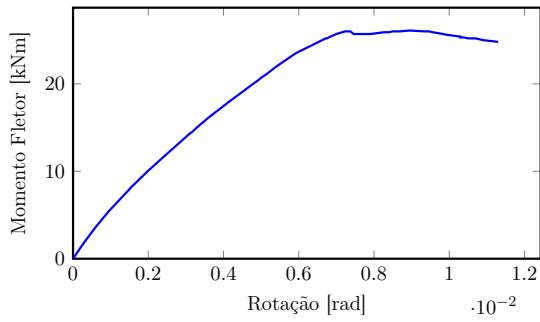


Figura B.166: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

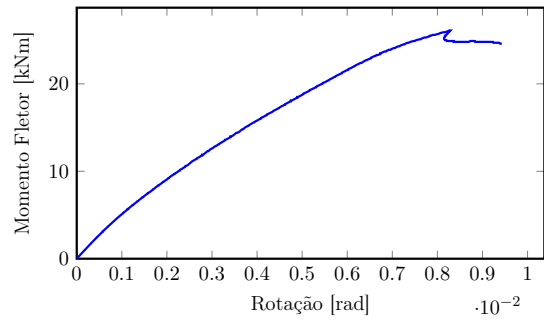


Figura B.167: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

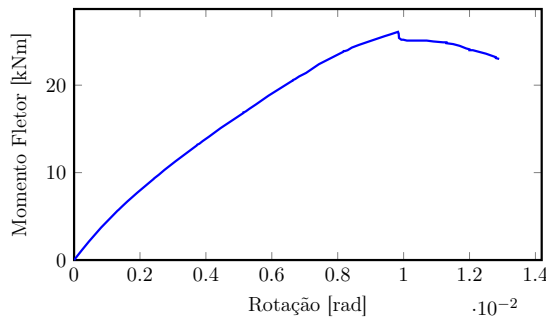


Figura B.168: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

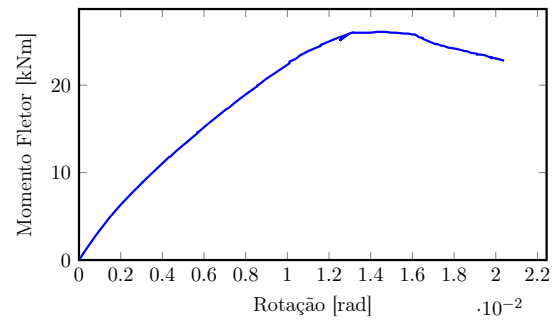


Figura B.169: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

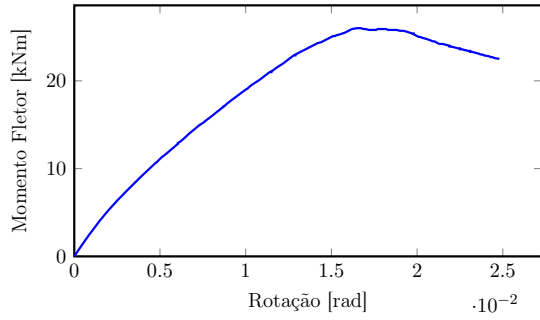


Figura B.170: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

### B.5.2 Análises sem imperfeições

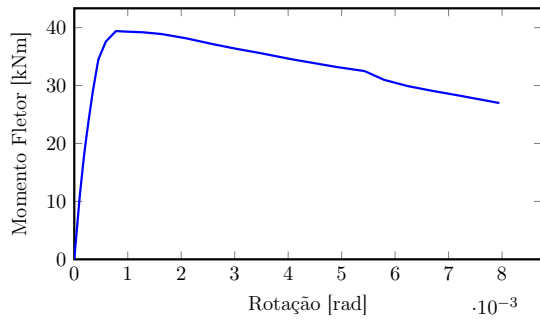


Figura B.171: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

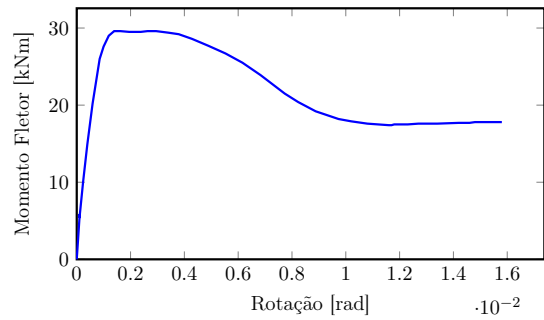


Figura B.172: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

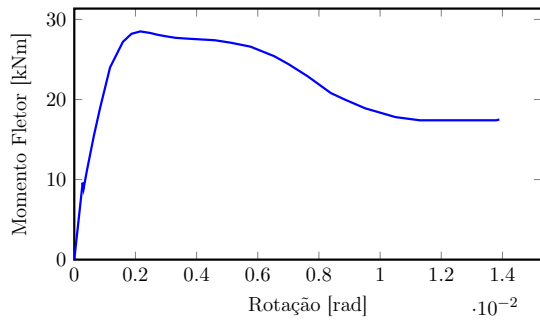


Figura B.173: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

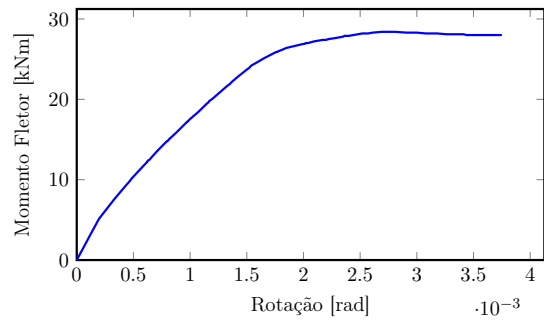


Figura B.174: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

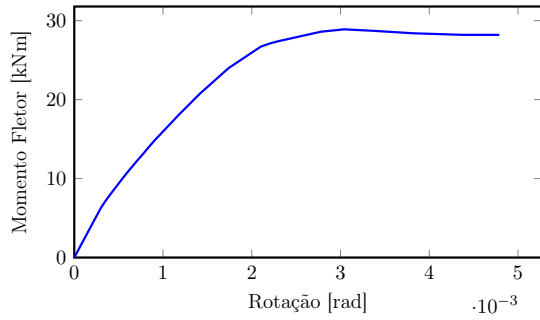


Figura B.175: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

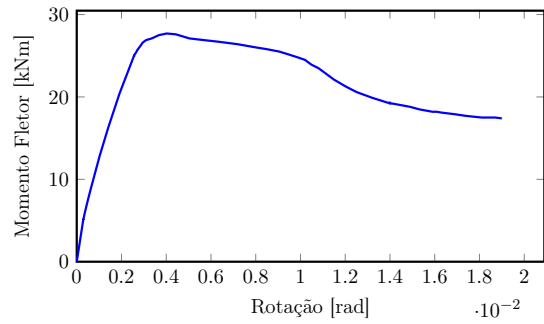


Figura B.176: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

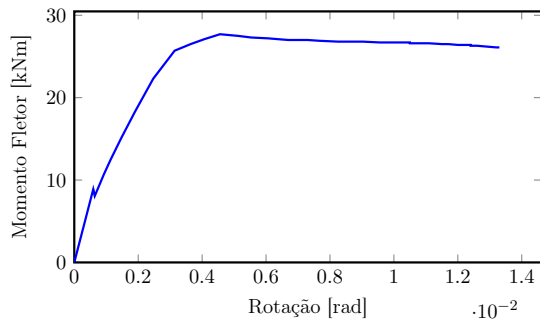


Figura B.177: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

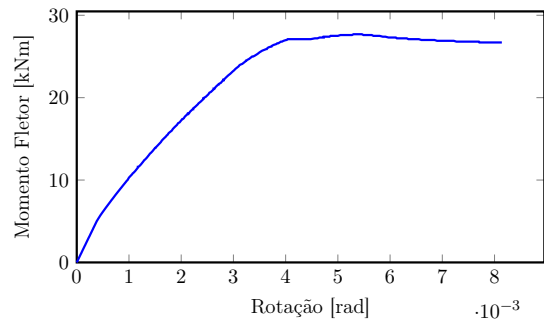


Figura B.178: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

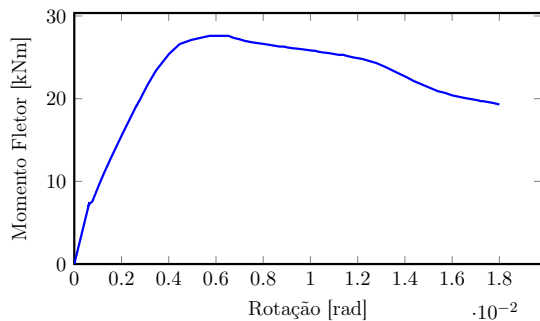


Figura B.179: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

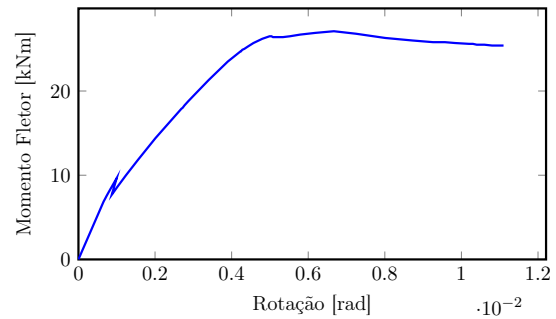


Figura B.180: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

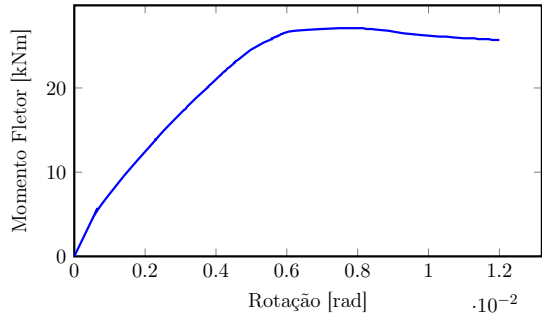


Figura B.181: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

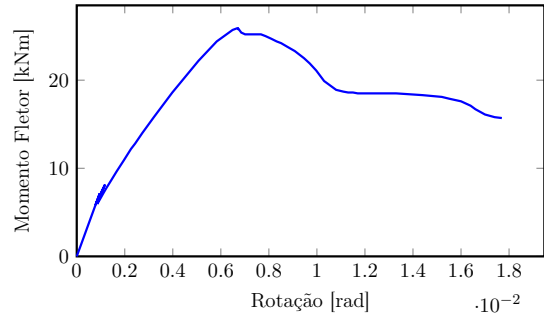


Figura B.182: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

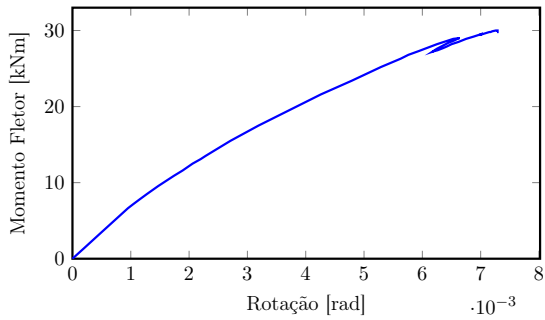


Figura B.183: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

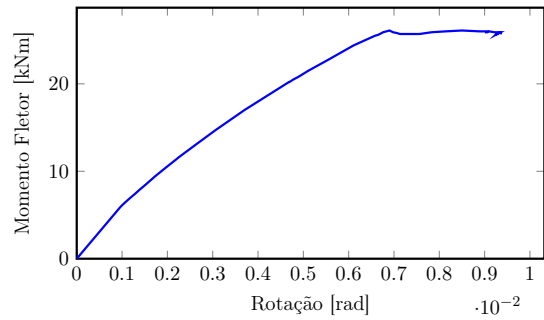


Figura B.184: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

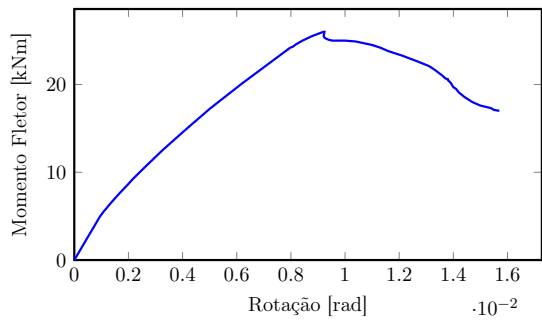


Figura B.185: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

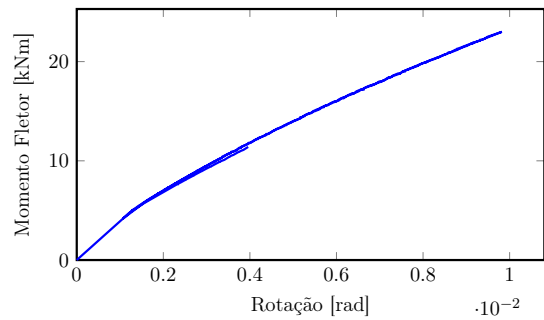


Figura B.186: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

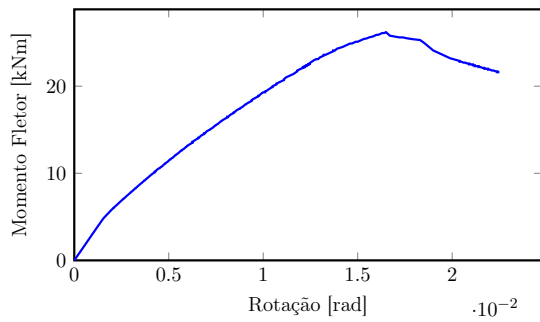


Figura B.187: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

## B.6 Tubos com 8 lados e 2 mm de espessura

### B.6.1 Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo

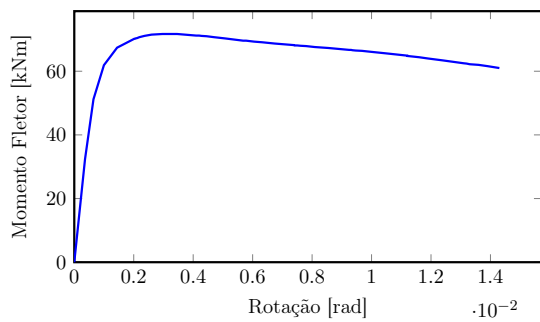


Figura B.188: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

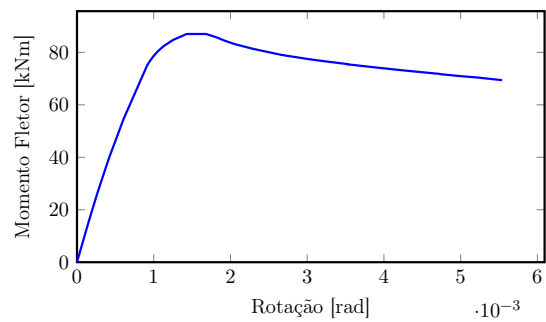


Figura B.189: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

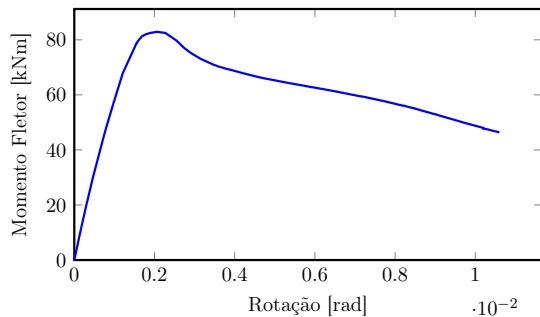


Figura B.190: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

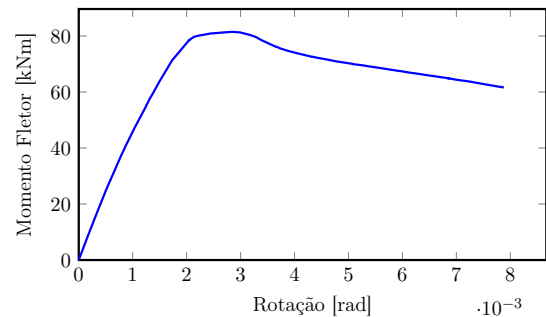


Figura B.191: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

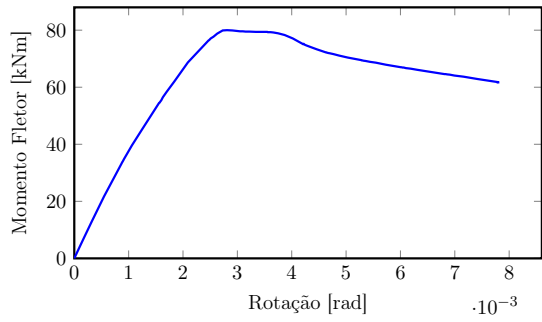


Figura B.192: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

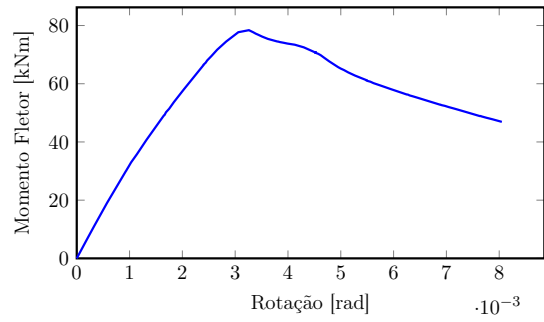


Figura B.193: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

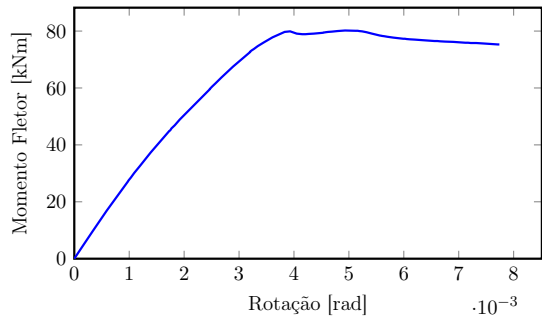


Figura B.194: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

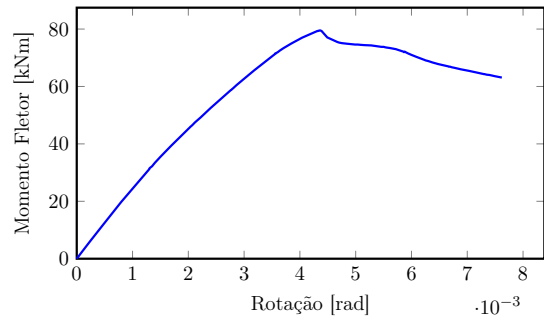


Figura B.195: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

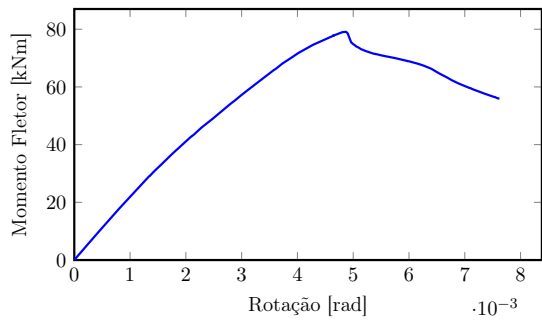


Figura B.196: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

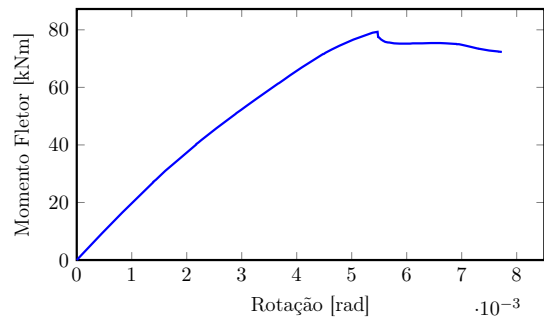


Figura B.197: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

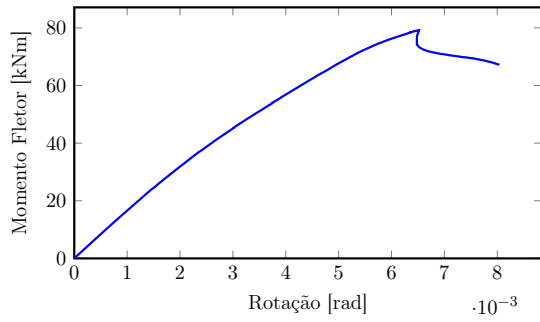


Figura B.198: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

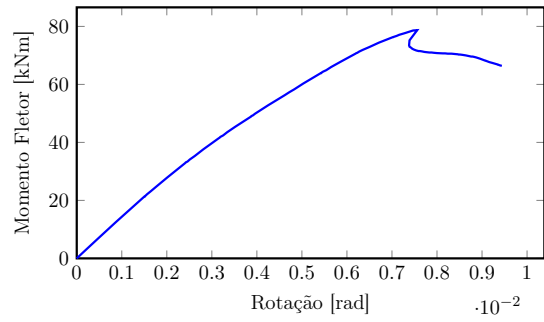


Figura B.199: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

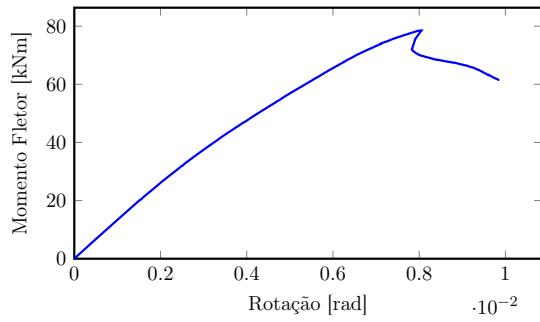


Figura B.200: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

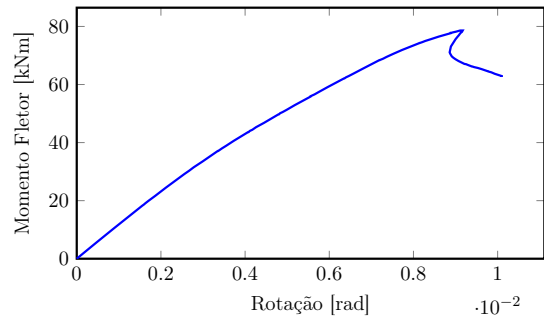


Figura B.201: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

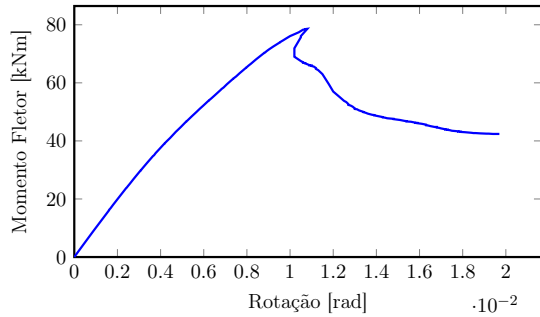


Figura B.202: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

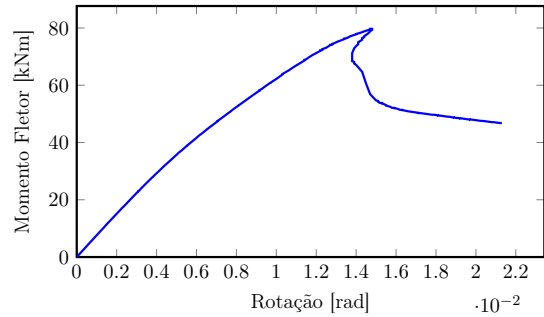


Figura B.203: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .



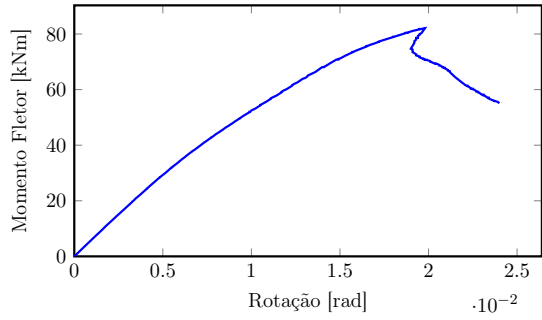


Figura B.204: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

### B.6.2 Análises sem imperfeições

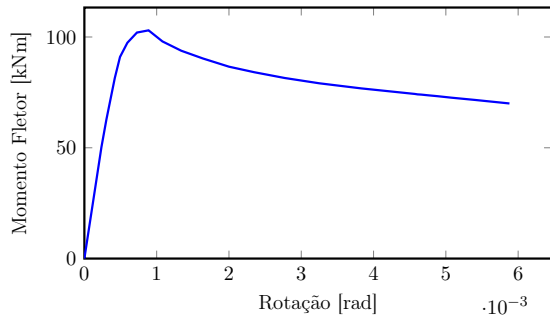


Figura B.205: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

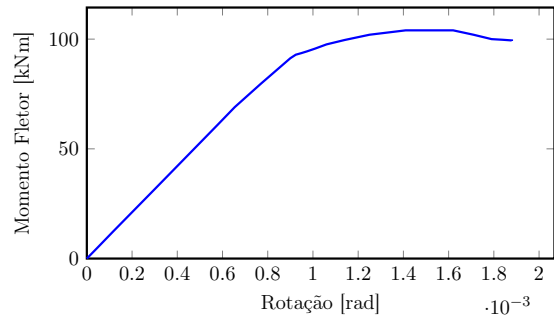


Figura B.206: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

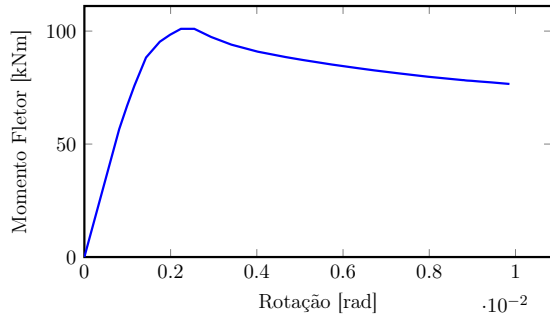


Figura B.207: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

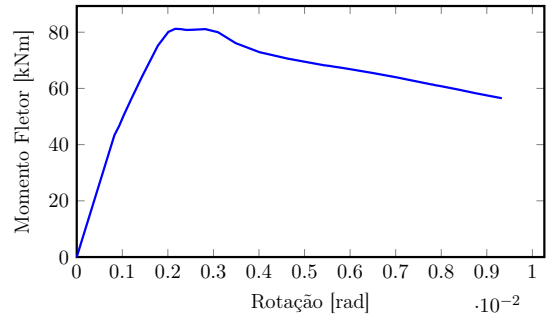


Figura B.208: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

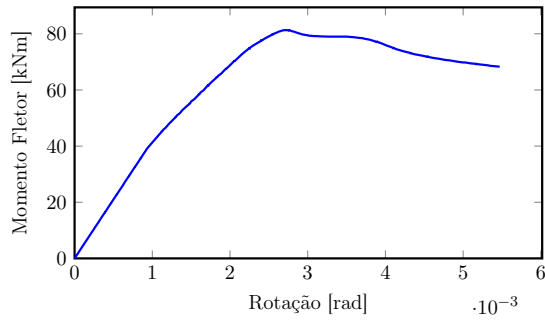


Figura B.209: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

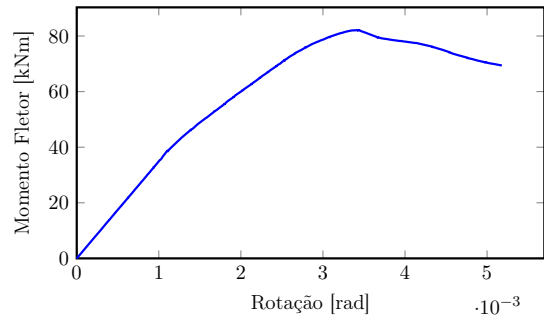


Figura B.210: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

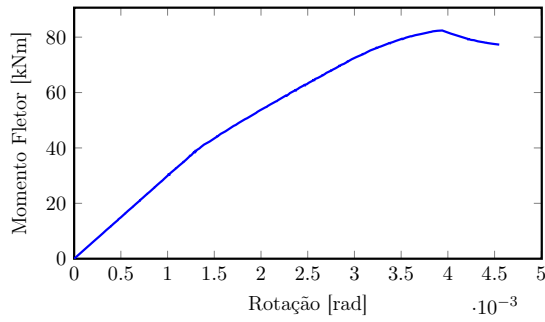


Figura B.211: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

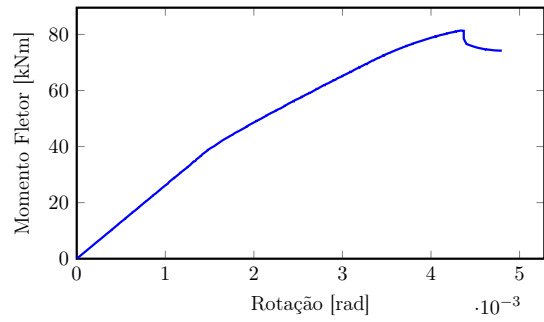


Figura B.212: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

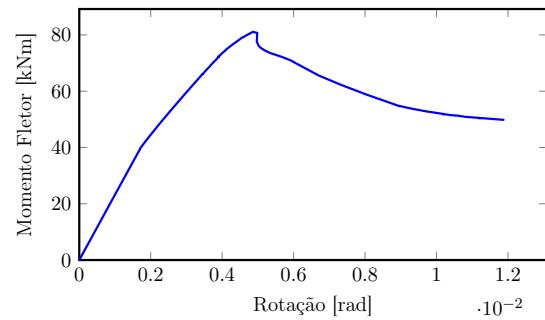


Figura B.213: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

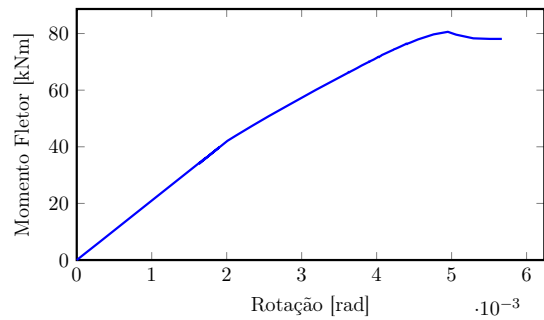


Figura B.214: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

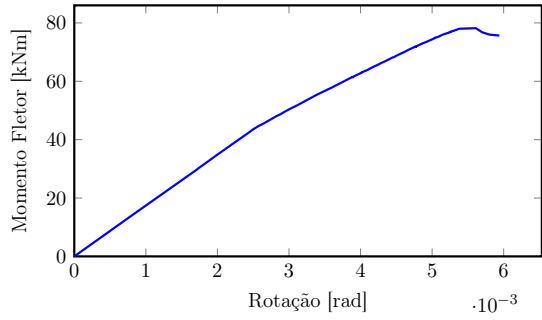


Figura B.215: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

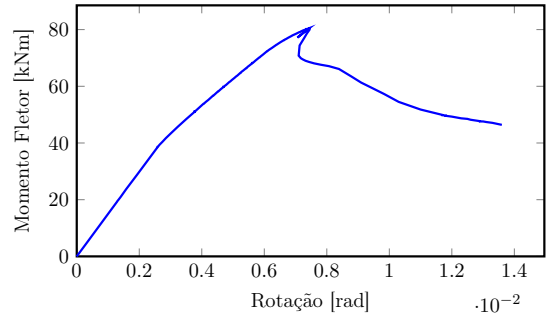


Figura B.216: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

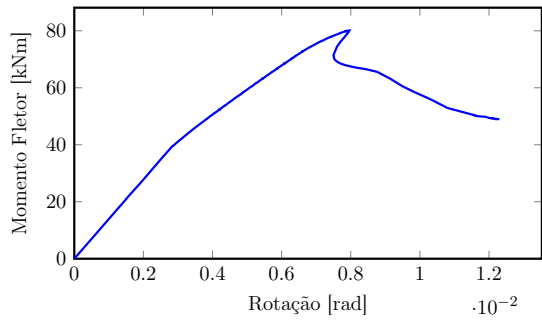


Figura B.217: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

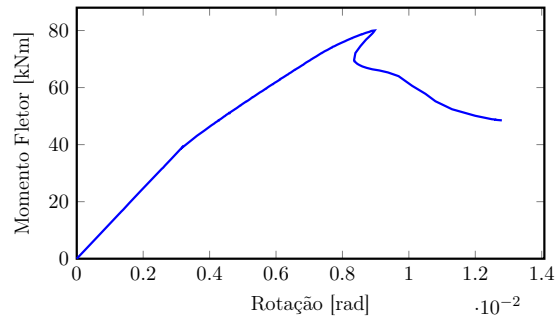


Figura B.218: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

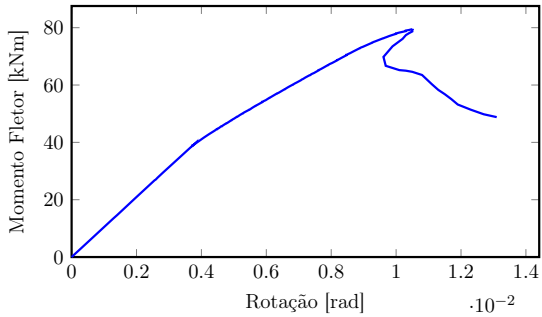


Figura B.219: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

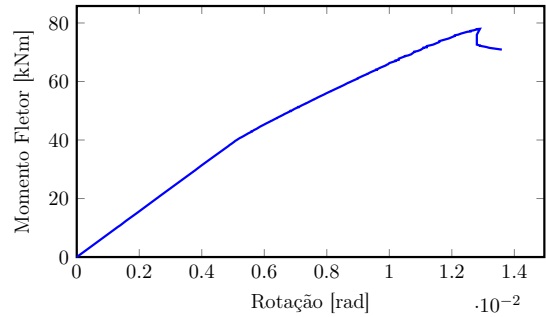


Figura B.220: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

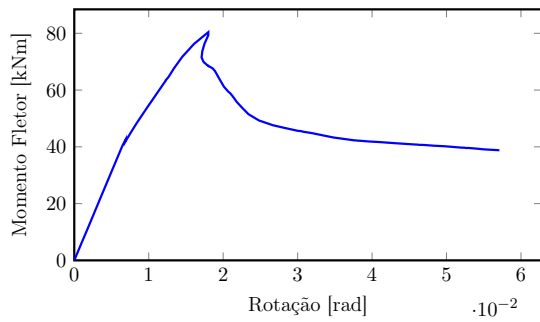


Figura B.221: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 2 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

## B.7 Tubos com 8 lados e 4 mm de espessura

### B.7.1 Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo

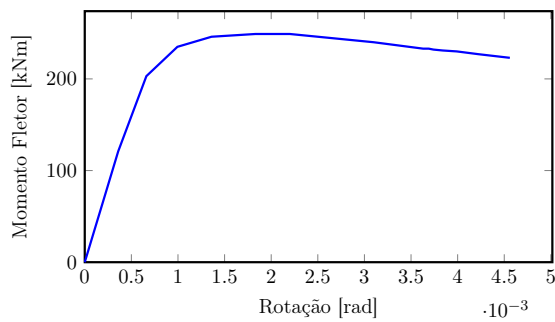


Figura B.222: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

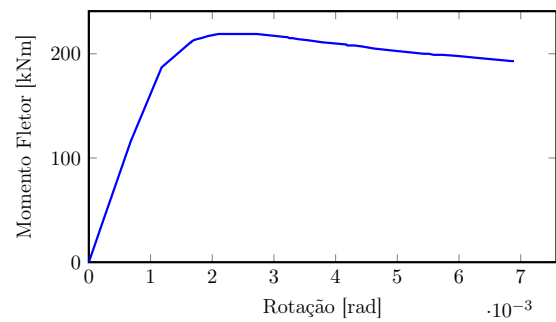


Figura B.223: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

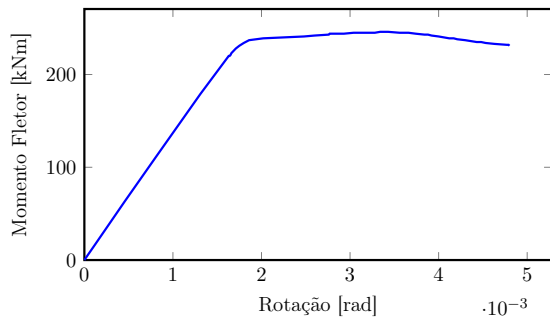


Figura B.224: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

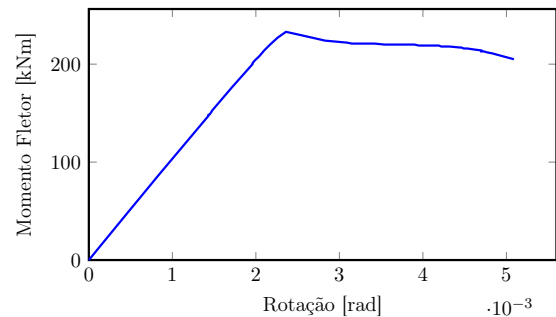


Figura B.225: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

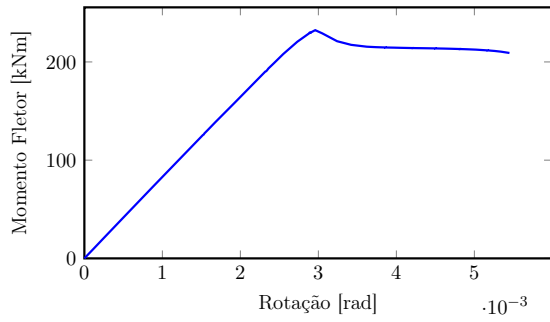


Figura B.226: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

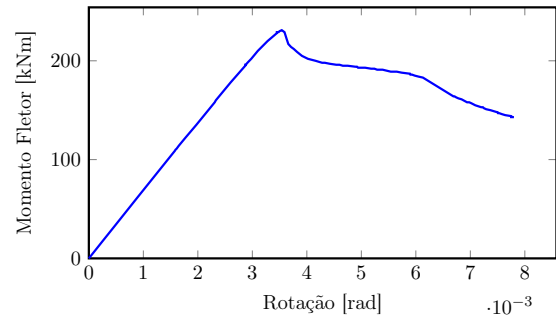


Figura B.227: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

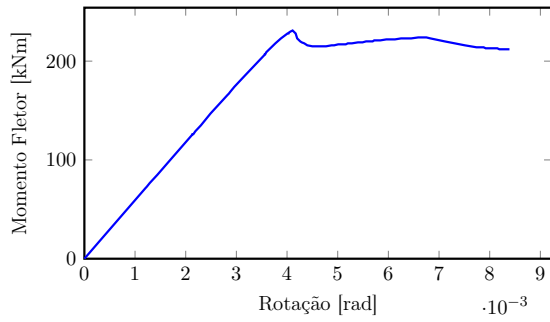


Figura B.228: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

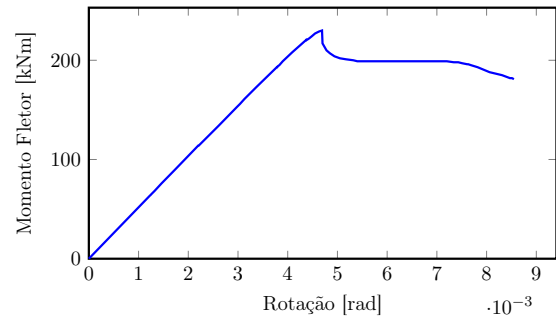


Figura B.229: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

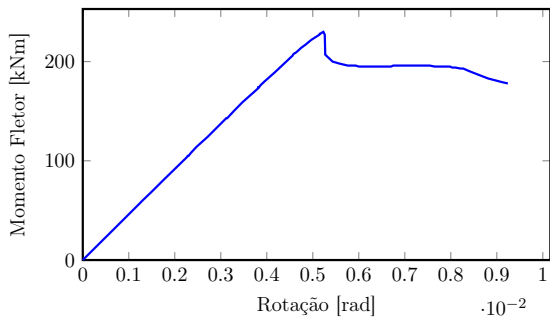


Figura B.230: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

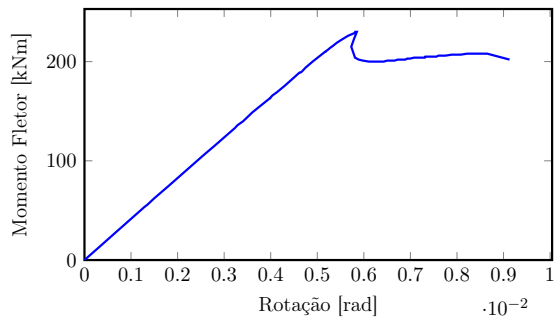


Figura B.231: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

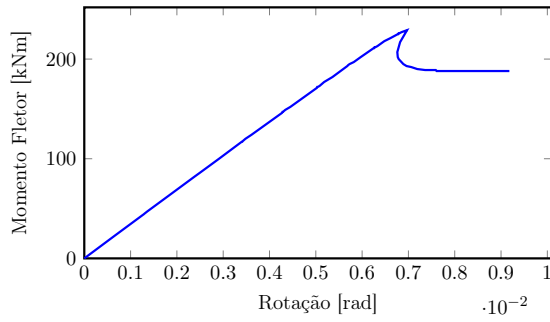


Figura B.232: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

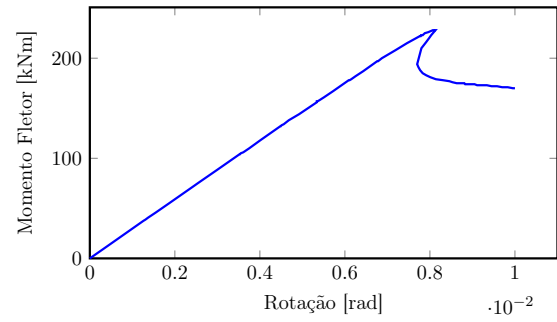


Figura B.233: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

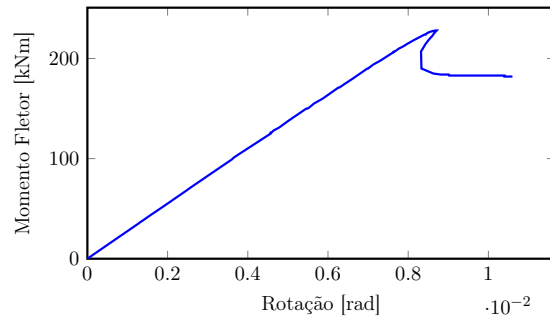


Figura B.234: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

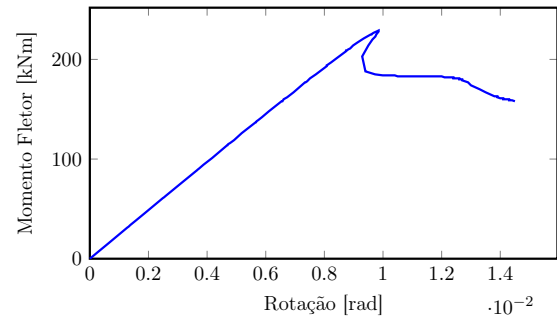


Figura B.235: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

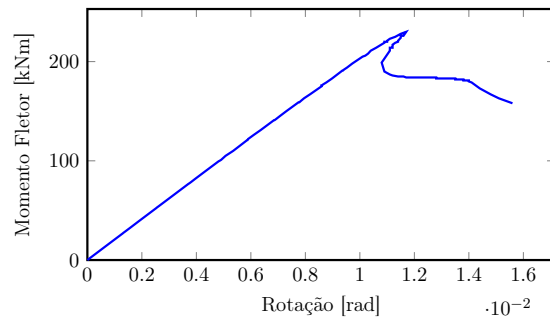


Figura B.236: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

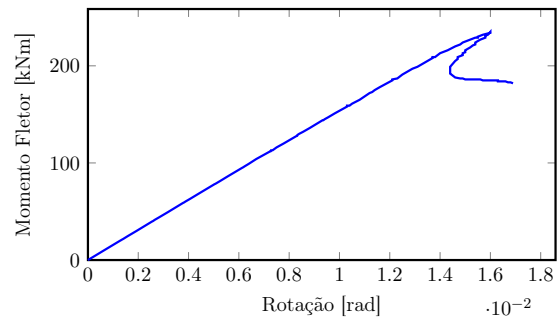


Figura B.237: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

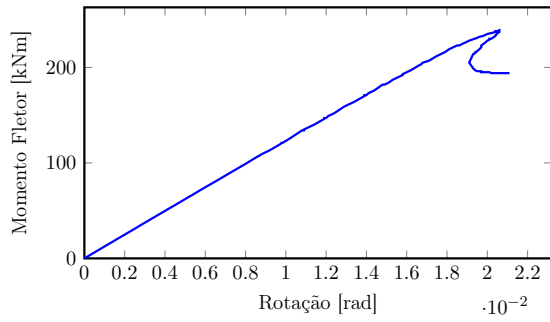


Figura B.238: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

### B.7.2 Análises sem imperfeições

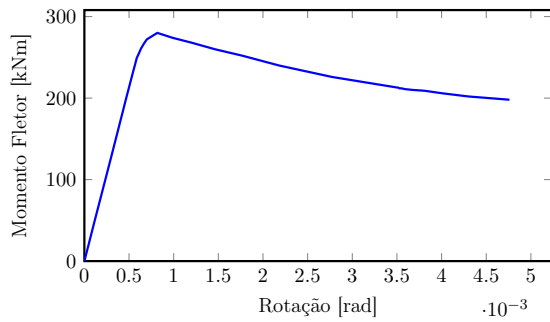


Figura B.239: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

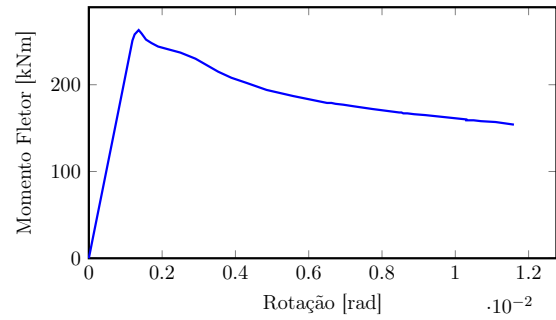


Figura B.240: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

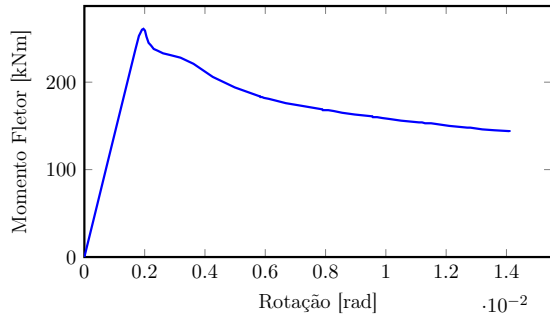


Figura B.241: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

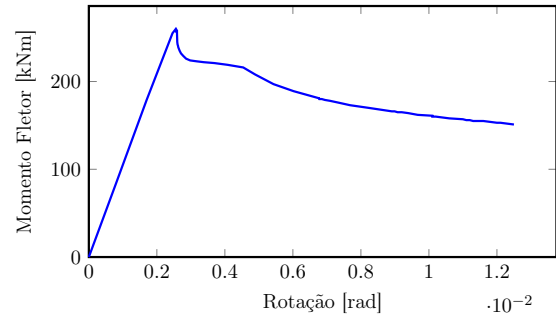


Figura B.242: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

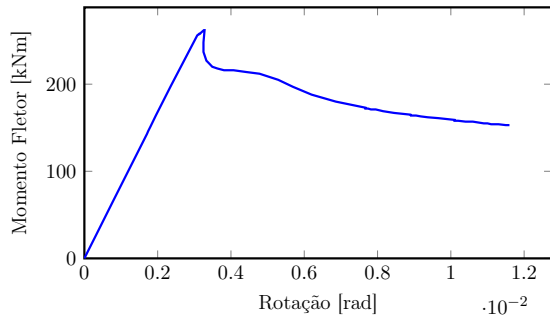


Figura B.243: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

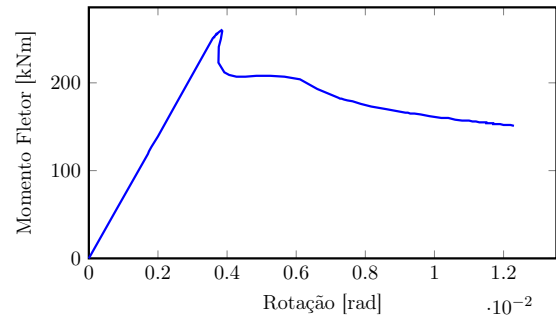


Figura B.244: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

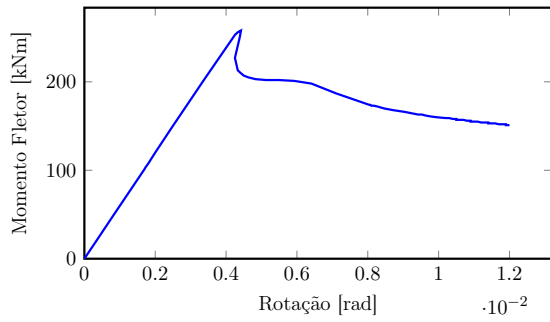


Figura B.245: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

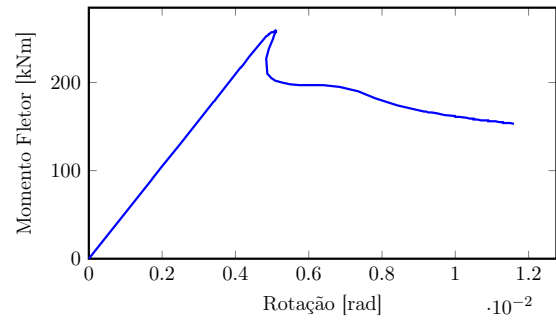


Figura B.246: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

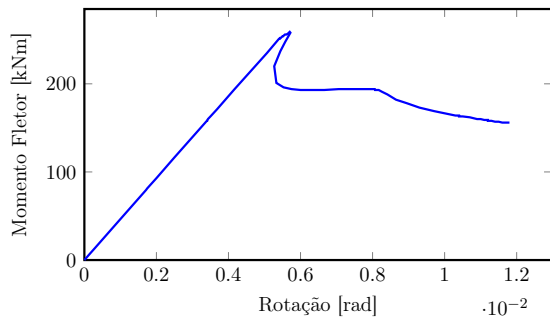


Figura B.247: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

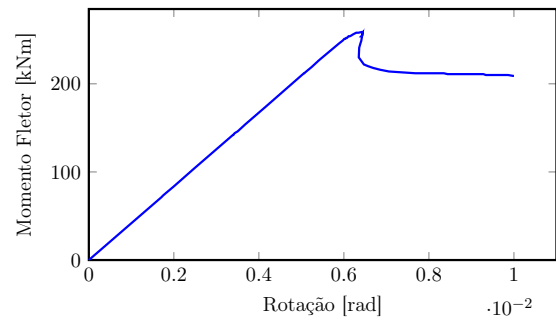


Figura B.248: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .



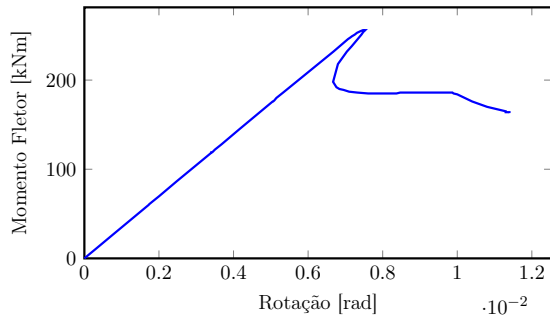


Figura B.249: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

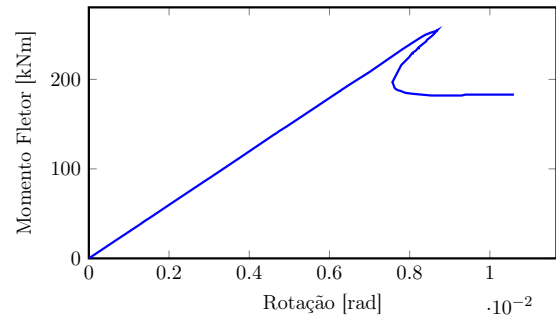


Figura B.250: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

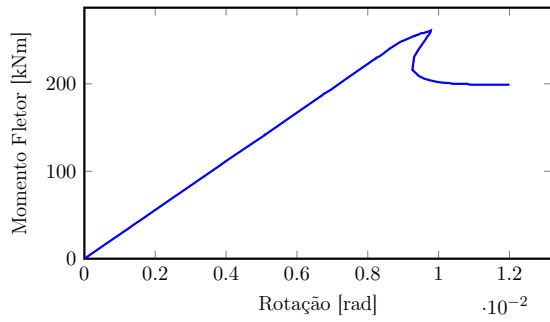


Figura B.251: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

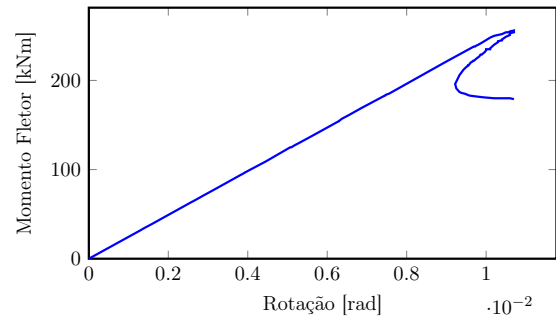


Figura B.252: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

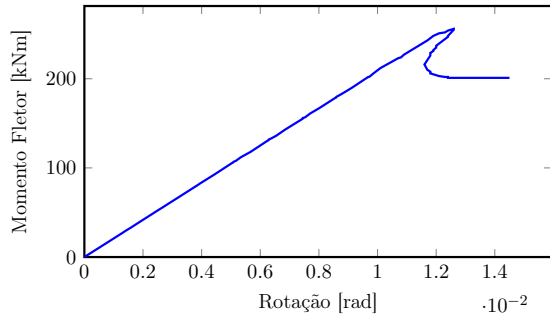


Figura B.253: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

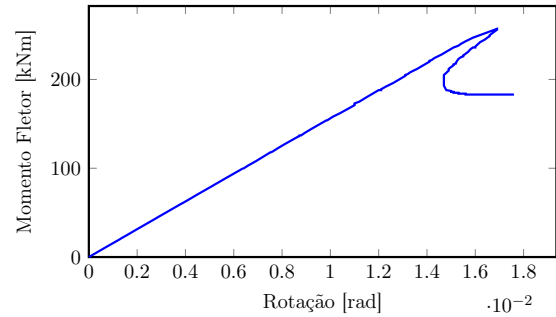


Figura B.254: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

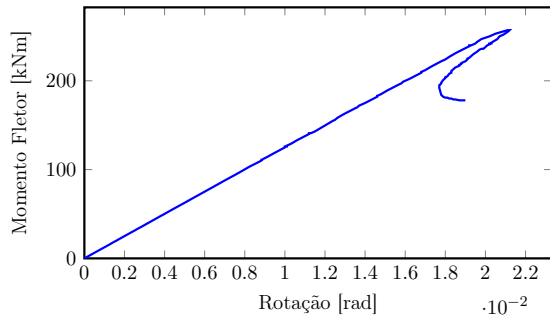


Figura B.255: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

## B.8 Tubos com 8 lados e 9 mm de espessura

### B.8.1 Análises com imperfeições aplicadas no sentido “para dentro” do tubo

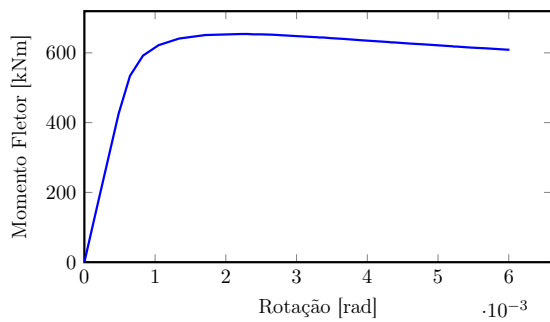


Figura B.256: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

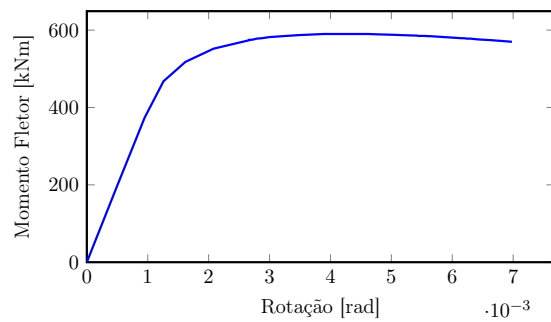


Figura B.257: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

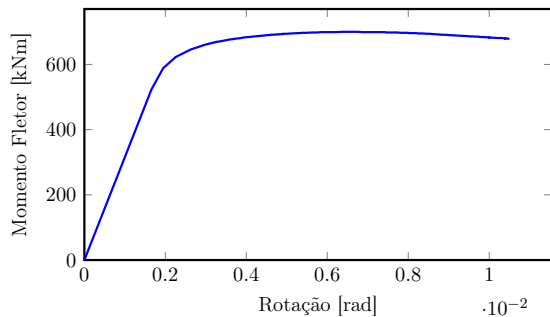


Figura B.258: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

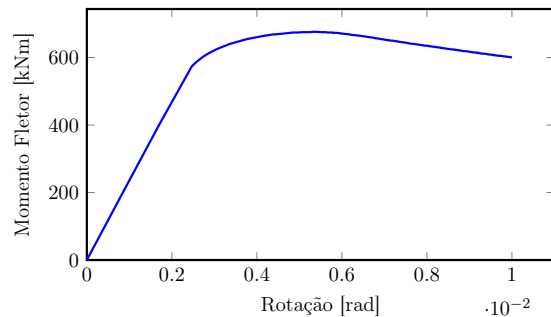


Figura B.259: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

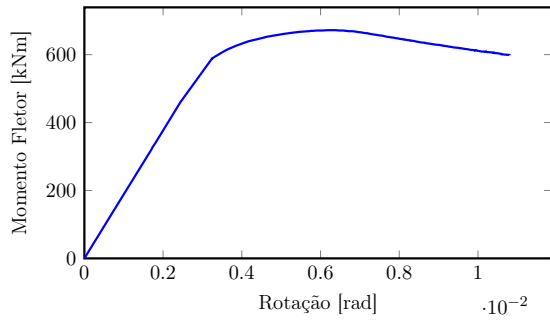


Figura B.260: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

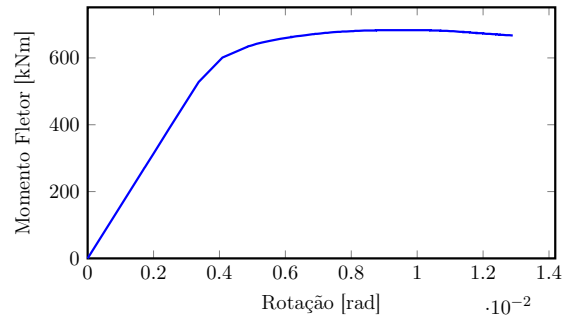


Figura B.261: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

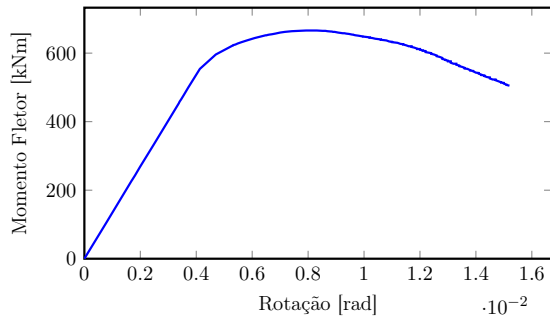


Figura B.262: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

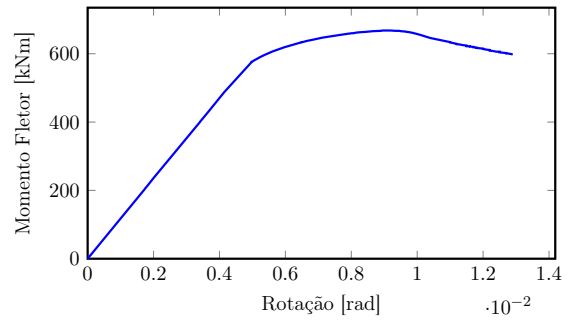


Figura B.263: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

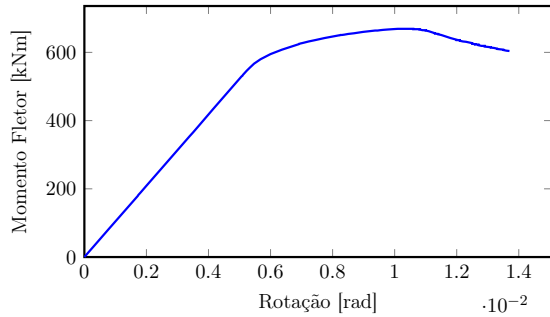


Figura B.264: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

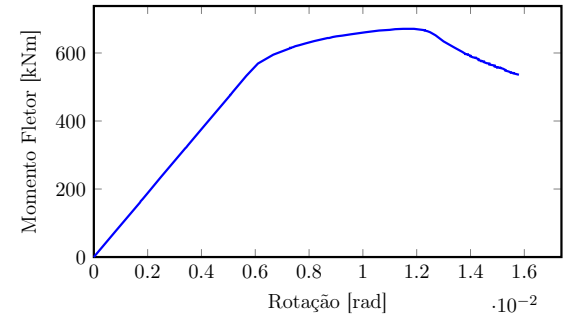


Figura B.265: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

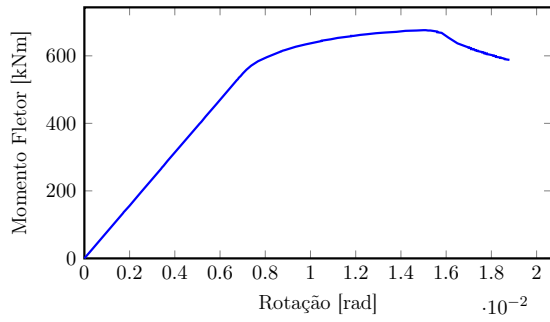


Figura B.266: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

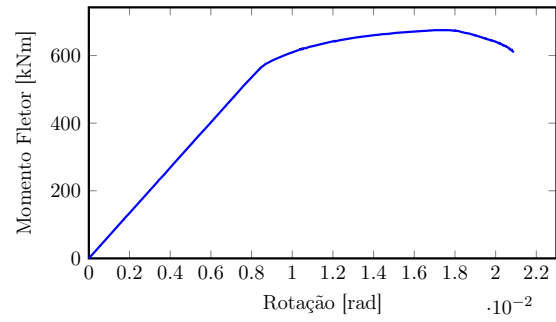


Figura B.267: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

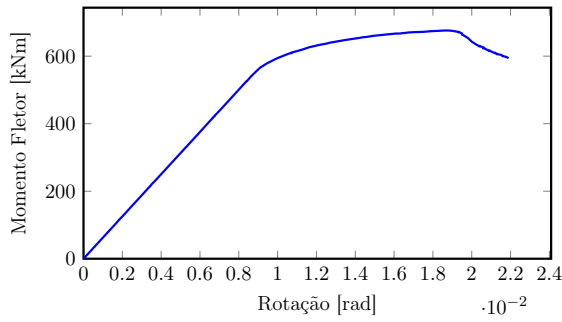


Figura B.268: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

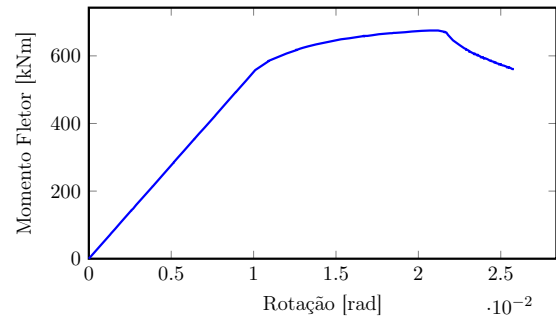


Figura B.269: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

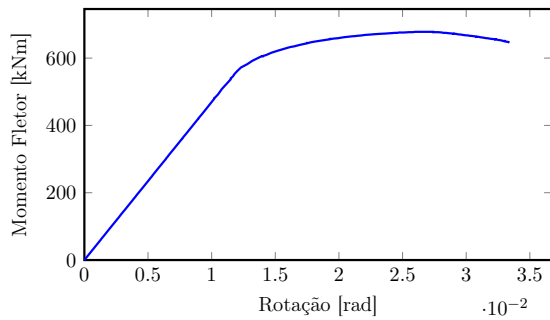


Figura B.270: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

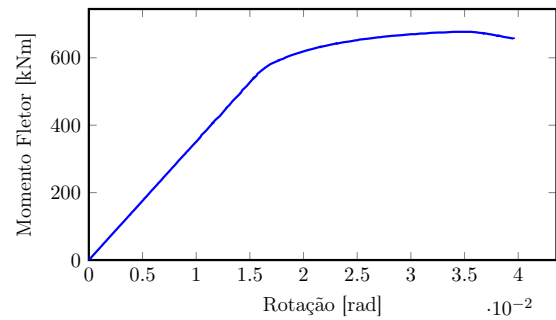


Figura B.271: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

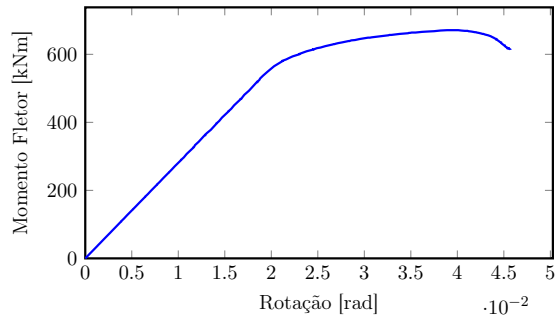


Figura B.272: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .

### B.8.2 Análises sem imperfeições

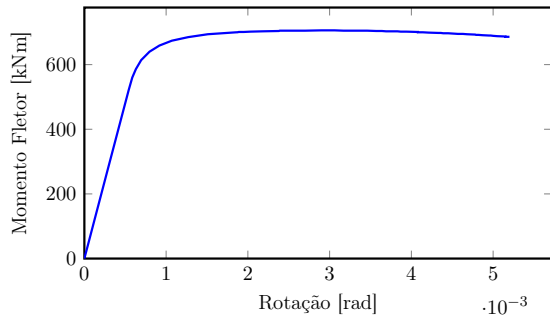


Figura B.273: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 0,3 \text{ m}$ .

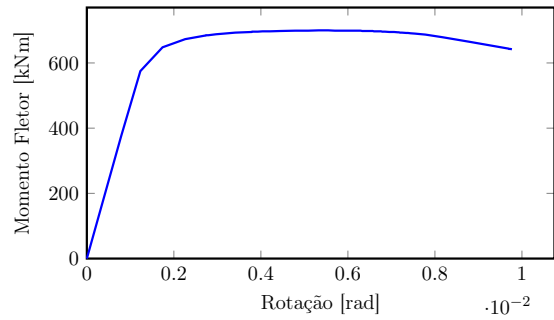


Figura B.274: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 0,6 \text{ m}$ .

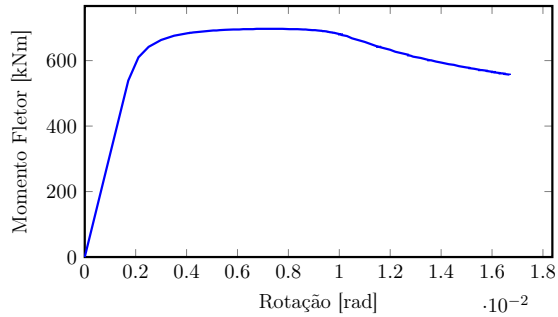


Figura B.275: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 0,9 \text{ m}$ .

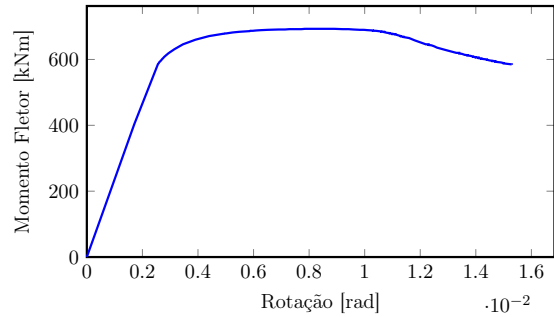


Figura B.276: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,2 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

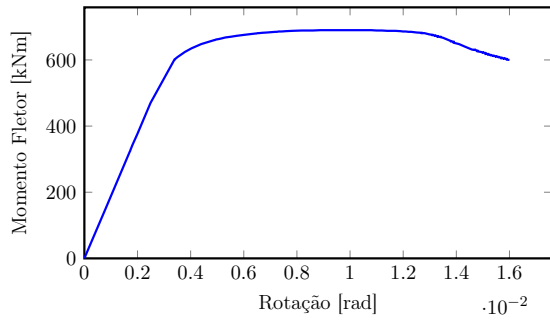


Figura B.277: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,5 \text{ m}$ .

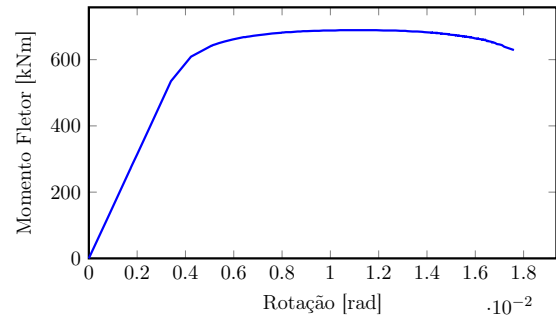


Figura B.278: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 1,8 \text{ m}$ .

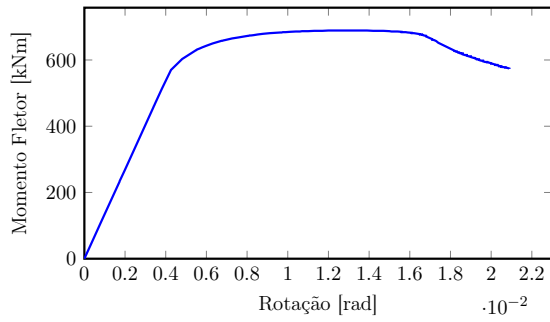


Figura B.279: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 2,1 \text{ m}$ .

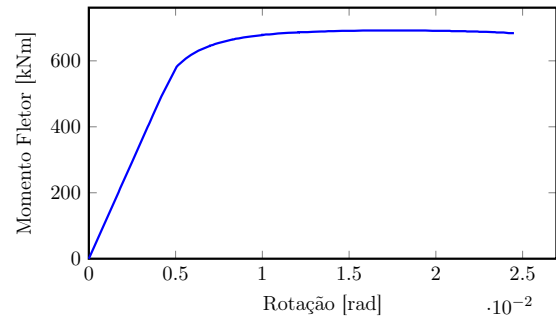


Figura B.280: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 2,4 \text{ m}$ .

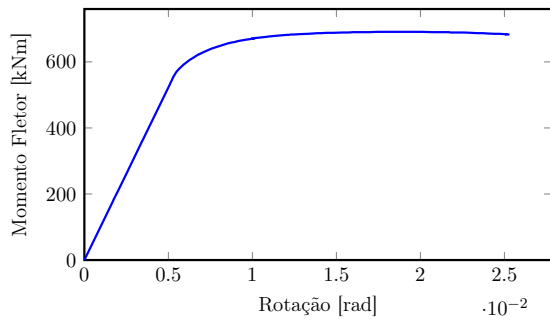


Figura B.281: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 2,7 \text{ m}$ .

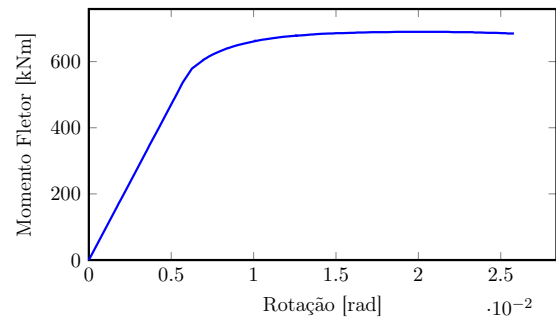


Figura B.282: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ .

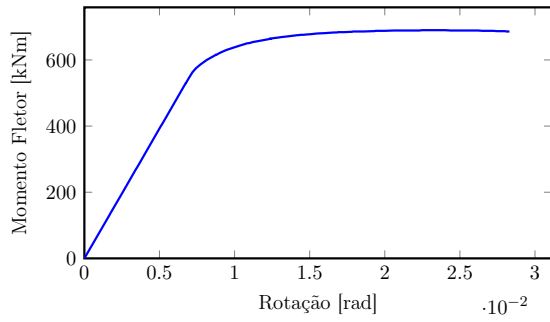


Figura B.283: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,3 \text{ m}$ .

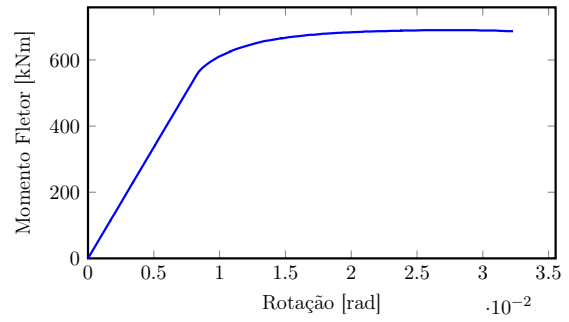


Figura B.284: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,6 \text{ m}$ .

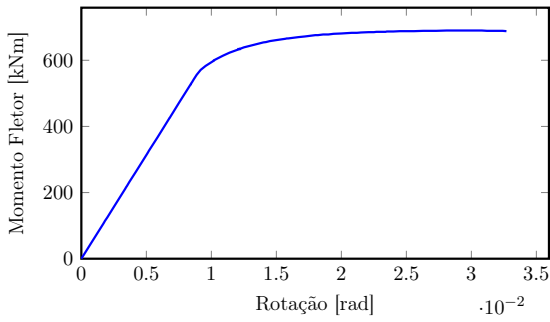


Figura B.285: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 3,9 \text{ m}$ .

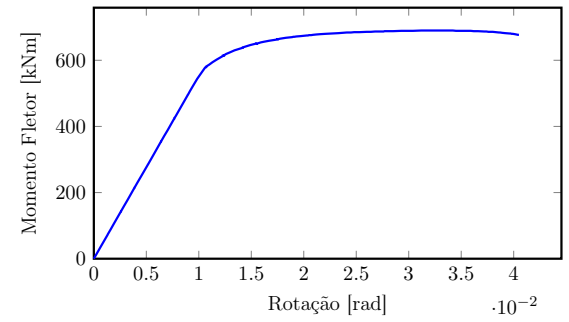


Figura B.286: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 4,5 \text{ m}$ .

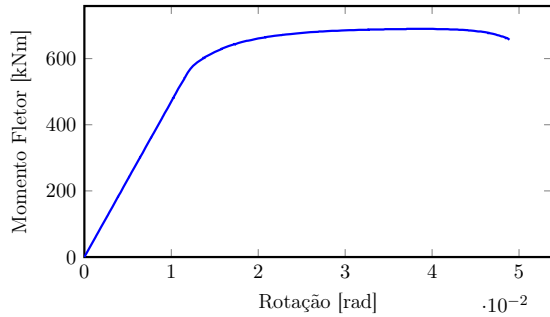


Figura B.287: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 6,0 \text{ m}$ .

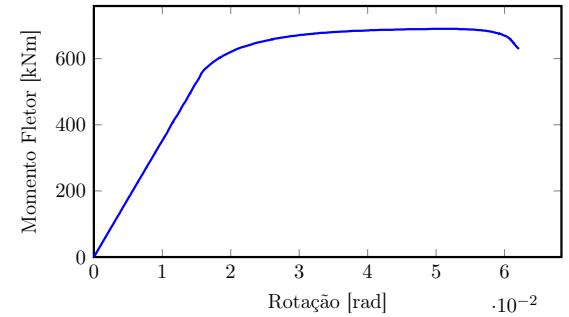


Figura B.288: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 8,0 \text{ m}$ .

## Anexo B. Gráficos relação momento-rotação

---

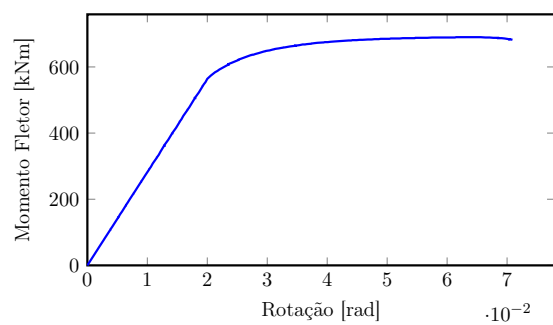


Figura B.289: Relação momento-rotação para  $n = 8$ ,  $b = 0,3 \text{ m}$ ,  $t = 9 \text{ mm}$  e  $L = 10,0 \text{ m}$ .